

Universidade Estadual de Maringá
Centro de Tecnologia
Departamento de Informática
Curso de Engenharia de Produção

**Teoria das Filas: uma aplicação no setor de tratamento de
processos de fiscalização de um órgão público**

Eriston Carlos da Paixão

TCC-EP-17-2007

Universidade Estadual de Maringá
Centro de Tecnologia
Departamento de Informática
Curso de Engenharia de Produção

**Teoria das Filas: uma aplicação no setor de tratamento de
processos de fiscalização de um órgão público**

Eriston Carlos da Paixão

TCC-EP-17-2007

Relatório Técnico 2 apresentado como requisito de
avaliação no curso de graduação em Engenharia de
Produção na Universidade Estadual de Maringá – UEM.
Orientadora: Prof.^(a): Dra. Márcia Marcondes Altimari
Samed

**Maringá - Paraná
2007**

Eriston Carlos da Paixão

Teoria das Filas: uma aplicação no setor de tratamento de processos de fiscalização de um órgão público

Este exemplar corresponde à redação final do Trabalho de Conclusão de Curso aprovado como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia de Produção da Universidade Estadual de Maringá, pela comissão formada pelos professores:

Orientadora: Prof.^(a) Dra. Márcia Marcondes Altimari Samed
Departamento de Informática, CTC

Prof.^(a) Maria de Lourdes Santiago Luz
Departamento de Informática, CTC

Maringá, outubro de 2007

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho aos meus pais José e Maria por terem contribuído para minha formação, pelos incentivos constantes e por sempre confiarem nas minhas decisões, dedico também a todos aqueles que de algum modo deixaram uma parte si comigo me tornando um ser humano melhor e possibilitando que este momento chegasse.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, que sem sua permissão não estaria aqui neste momento, não teria tomado decisões que me trouxeram tanto conhecimento e também experiência.

Agradeço às pessoas que mais amo nesta vida, os meus pais José Carlos da Paixão e Maria Aparecida Cristóvão da Paixão que, mesmo com todas as limitações que a vida os impôs, obtiveram êxito na minha formação profissional e pessoal, assim como de meus irmãos.

Agradeço aos meus irmãos Wellington e Everton, os quais foram meus companheiros de travessuras na infância e, agora na idade adulta, estão lá como aquele ombro confiável onde posso encostar.

Agradeço àqueles que se foram desta vida, parentes tão amados e que sabem que os amo, pessoas que foram levadas para junto do Pai Superior e que de lá de cima me ajudam a trilhar o caminho correto, sempre me lembro de vocês em minhas orações e nos momentos felizes.

Agradeço sinceramente aos meus amigos de trabalho, Wilson Calsavara, Patrícia Bergamasco, Lucilene Cristina, Roseli Nogueira e Alessandra Rufino, que em todas as dificuldades enfrentadas estavam lá como voz experiente me aconselhando sobre as melhores atitudes a serem tomadas.

Agradeço aos meus amigos Alexandre Moretto, Juliana Marconato e Juliano Santaella, que foram verdadeiros alicerces durante esta transição para a idade adulta ao longo de todos esses anos de dificuldades e conquistas.

Não posso me esquecer também dos amigos Alzira Moretto e Antonio Moretto, que foram como pais durante estes anos.

Por último e não menos importante, agradeço aos meus amigos Fabrício Belincanta, Marlon Nery, Mauricio Ziemann, Ricardo Borges, Victor Paim, Frederico Salvadori, Viviane Hannebauer, Anderson Lacerda e Fernanda Azevedo. A mensagem que deixo a todos vocês é que os amo, e sempre estarei por perto torcendo pelo futuro de todos. Aprendi o sentido da palavra amizade e hoje posso dizer que a vida me deu amigos que jamais esquecerei.

RESUMO

Neste trabalho será apresentado o conceito de teoria das filas, bem como sua aplicação no setor de serviços. Considerando que a teoria das filas é amplamente aplicada ao dimensionamento de linhas de produção, dentre outros, será feita uma relação entre a aplicação desta teoria no setor produtivo e no setor de serviços. Filas fazem parte de nossas vidas, e a teoria aqui proposta tem o intuito de dimensionar adequadamente o setor de tratamento de processos de fiscalização de um órgão público fiscalizador, visando o melhor resultado final possível, por meio de um posicionamento adequado dos recursos produtivos fazendo com que uma demanda entrante de processos seja tratada com a maior agilidade possível. A idéia final é propor à gerência regional uma alteração no quadro funcional, com base em um dimensionamento adequado dos funcionários do setor analisado. Esta teoria mostrou-se válida e obteve resultados excelentes quanto à sua aplicabilidade no setor de serviços em um órgão público.

Palavras-chave: Teoria das Filas, Dimensionamento, Setor de Serviços.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	IV
AGRADECIMENTOS.....	V
SUMÁRIO.....	VII
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	IX
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	IX
LISTA DE TABELAS	X
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	XI
LISTA DE SÍMBOLOS.....	XII
1 1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO.....	1
1.2 OBJETIVO.....	2
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	2
2 REVISÃO DA LITERATURA	3
2.1 DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE	6
2.1.1 <i>Distribuição de Poisson</i>	7
2.1.2 <i>Distribuição Exponencial</i>	7
2.2 O PAPEL QUE DESEMPENHA A DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL NA TEORIA DAS FILAS.....	7
2.2.1 <i>Propriedade básica I</i>	8
2.2.2 <i>Propriedade básica II – Perda de memória</i>	9
2.2.3 <i>Propriedade básica III – O mínimo de variáveis também tem uma distribuição exponencial</i>	10
2.2.4 <i>Propriedade básica IV – Relação da distribuição exponencial com a distribuição de Poisson</i>	11
2.3 CARACTERÍSTICAS DOS PROCESSOS DE FILAS.....	12
2.4 PADRÃO DE CHEGADA DOS CLIENTES	12
2.5 PADRÕES DE SERVIÇO.....	14
2.6 DISCIPLINA DE FILAS.....	14
2.7 CAPACIDADE DO SISTEMA.....	14
2.8 NÚMERO DE CANAIS DE SERVIÇO.....	15
2.9 SISTEMAS DE FILA-ÚNICA	16
2.10 ESTÁGIOS DE SERVIÇO	16
2.11 ANALISANDO O SISTEMA.....	17
2.12 A NOTAÇÃO KENDALL.....	17
2.13 VARIÁVEIS RANDÔMICAS FUNDAMENTAIS.....	19
2.13.1 <i>Variáveis referentes ao sistema</i>	20
2.13.2 <i>Variáveis referentes ao processo de chegada</i>	20
2.13.3 <i>Variáveis referentes à fila</i>	20
2.13.4 <i>Variáveis referentes ao processo de atendimento</i>	20
2.14 RELAÇÕES BÁSICAS	21
2.15 FÓRMULAS DE LITTLE	21
2.16 DISTRIBUIÇÃO DE CHEGADA E ATENDIMENTO.....	23
3 ESTUDO DE CASO	25
3.1 CARACTERIZAÇÃO DO ESTUDO.....	25
3.2 A APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS NA FASE INICIAL DO TRATAMENTO DOS PROCESSOS DE FISCALIZAÇÃO.....	28
3.3 RESULTADOS E DISCUSSÕES	34
3.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS	35

	viii
4 CONCLUSÕES	37
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	38
APÊNDICE A: FLUXOGRAMA COMPLETO DE ANÁLISE DE PROCESSOS	39
APÊNDICE B: TEMPOS DE TRATAMENTO DOS PROCESSOS NO 1º DIA ANALISADO	41
APÊNDICE C: TEMPOS DE TRATAMENTO DOS PROCESSOS NO 2º DIA ANALISADO	43
APÊNDICE D: TEMPOS DE TRATAMENTO DOS PROCESSOS NO 3º DIA ANALISADO	45
APÊNDICE E: TEMPOS DE TRATAMENTO DOS PROCESSOS NO 4º DIA ANALISADO	47
APÊNDICE F: TEMPOS DE TRATAMENTO DOS PROCESSOS NO 5º DIA ANALISADO	49

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

FIGURA 1. TEORIA DAS FILAS EM UMA OFICINA DE REPAROS.....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
FIGURA 2: CARACTERÍSTICAS DE CHEGADAS EM FILAS.....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
FIGURA 3 – UM PROCESSO DE FILAS TÍPICO.....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
FIGURA 4 – SISTEMA MULTICANAL COM FILA ÚNICA (COST A 2004)	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
FIGURA 5 – SISTEMA MULTICANAL COM FILA INDIVIDUAL.....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
FIGURA 6 – SISTEMA DE FILAS MULTI-ESTÁGIO COM RETORNO.....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
FIGURA 7 – LOCALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS.....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
FIGURA 8: NÍVEIS HIERÁRQUICOS NO CREA-PR.....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
FIGURA 9: FASE INICIAL DE TRATAMENTO DOS PROCESSOS DE FISCALIZAÇÃO...	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.

QUADROS

QUADRO 1 - APLICAÇÕES DE TEORIA DAS FILAS.....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
QUADRO 2 - NOTAÇÃO DE FILA – A/B/M/K/M.....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
QUADRO 3– RESUMO DAS FÓRMULAS.....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
QUADRO 4: PROPRIEDADES DE ALGUNS MODELOS ESPECÍFICOS DE FILAS DE ESPERA.....	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.

GRÁFICOS

GRÁFICO 1: REALIZAR UM TOTAL DE 14.500 FISCALIZAÇÕES EM NOVAS OBRAS E/OU SERVIÇOS ATÉ 31/12/2007..	26
GRÁFICO 2: DISTRIBUIÇÃO DE POISSON X QUANTIDADES DE PROCESSOS.....	32
GRÁFICO 3: FREQUÊNCIA RELATIVA X INTERVALO DE QUANTIDADES DE PROCESSOS.....	32
GRÁFICO 4: RELAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE POISSON COM A FREQUÊNCIA RELATIVA	33

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: RITMO MÉDIO DE FISCALIZAÇÕES DIÁRIAS	27
TABELA 2: DIAS ANALISADOS NO ESTUDO.....	29
TABELA 3: RITMO DE FISCALIZAÇÕES SEMANAIS DE 08/JAN/07 A 27/JUL/07	30
TABELA 4: DISTRIBUIÇÃO DE POISSON E FREQUÊNCIA RELATIVA	31

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CONFEA	Conselho Federal de Engenharia, Arquitetura e Agronomia
CREA-PR	Conselho Regional de Engenharia, Arquitetura e Agronomia do Estado do Paraná
FIFO	Firt In First Out
IC	Intervalo Médio entre Chegadas
LIFO	Last In First Out
M	Quantidade de Atendentes
NA	Número Médio de Clientes que estão sendo atendidos
NF	Número Médio de Clientes na Fila
NS	Número Médio de Clientes no Sistema
TA	Tempo Médio de Atendimento ou de Serviço
TF	Tempo Médio de Permanência na Fila
TS	Tempo Médio de Permanência no Sistema

LISTA DE SÍMBOLOS

- λ Ritmo médio de chegada
- μ Ritmo médio de atendimento

1 1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

No mundo atual, com o acesso cada vez maior às informações e a mecanismos de defesa do consumidor, as pessoas se tornaram mais exigentes em relação aos produtos e serviços que adquirem ou contratam. Em um órgão público isso não é diferente, as pessoas que dependem deste órgão tendem cada vez mais a cobrar agilidade e um bom atendimento, levando-se sempre em consideração que são elas quem os mantêm.

O CONFEA, Conselho Federal de Engenharia, Arquitetura e Agronomia do Estado do Paraná é o órgão público que se responsabiliza pela fiscalização das profissões do engenheiro, do arquiteto e do engenheiro agrônomo, tendo sido criado pela Lei Federal 5.194/1966. Em cada estado do Brasil o CONFEA subdivide-se em CREAs, que são os conselhos regionais. Dentro de cada CREA existem Câmaras Especializadas de cada uma das modalidades de profissão, sendo elas: Engenharia Elétrica, Engenharia Mecânica e Metalúrgica, Engenharia Química, Arquitetura, Agronomia, Geologia e Engenharia de Minas, Engenharia Química e Engenharia Civil. O papel destas Câmaras é deliberar sobre o exercício profissional dentro da jurisdição à qual pertencem

O Conselho Regional de Engenharia, Arquitetura e Agronomia do Estado do Paraná, CREA-PR, é a jurisdição do conselho federal no referido Estado. Dentro do Estado do Paraná, o conselho regional possui seis regionais de modo a descentralizar o trabalho e atender de maneira mais ampla o Estado, sendo elas: Regional Curitiba, Regional Londrina, Regional Cascavel, Regional Pato Branco, Regional Ponta Grossa e Regional Maringá. Cada uma das regionais acima citadas dentro do Estado do Paraná possui suas inspetorias, que são os escritórios locais de atendimento ao público.

Anualmente, são fiscalizados em todo o Estado do Paraná cerca de 59000 obras e/ou serviços das áreas da engenharia, arquitetura e agronomia, sendo que a Regional Maringá responde por cerca de 25% do total de fiscalizações; ou seja, em torno de 14500 fiscalizações ao ano e 1.200 ao mês. Do total de 1.200 fiscalizações ao mês, cerca de 460 concentram-se na Inspeção de Maringá, na qual existem 05 funcionários responsáveis pelo setor de tratamento

de processos de fiscalização. Destes 05 funcionários, 01 é encarregado do recebimento e tratamento inicial dos processos; ou seja, a fase inicial de notificação.

Considerando o fluxo contínuo de entrada de processos de fiscalização para tratamento na Inspeção de Maringá e a ocorrência de filas no setor que os trata, surge a necessidade de ordená-los para permitir um trabalho com maior agilidade e eficácia, correspondendo assim, às expectativas da sociedade.

A Teoria das Filas tenta, através de análises matemáticas detalhadas, encontrar um ponto de equilíbrio que satisfaça ao fluxo entrante e seja economicamente viável ao provedor do serviço, neste caso o CREA-PR.

1.2 Objetivo

Otimizar a rotina diária dos funcionários pertencentes ao setor de tratamento de processos de fiscalização o CREA-PR por meio de um dimensionamento adequado da equipe de trabalho, aplicando, para isso, os conceitos de Teoria das Filas.

1.3 Organização do Trabalho

Neste capítulo, foi apresentada uma justificativa pelo tema escolhido e sua aplicabilidade, bem como o objetivo final pretendido.

No capítulo 2, foi revista a literatura e apresentado o que já fora discutido e escrito previamente sobre o assunto.

No capítulo 3, foi desenvolvido o estudo de caso aplicando a teoria de filas à fase inicial do tratamento dos processos de fiscalização no CREA-PR.

2 REVISÃO DA LITERATURA

De acordo com Costa (2004), diariamente, em seus afazeres, pessoas têm de enfrentar filas. As filas estão em todos os locais, quer seja em bancos, nas ruas congestionadas, nos supermercados e em outras várias situações; ou seja, as filas surgem devido a procura por determinado serviço ser maior do que a capacidade de atendimento.

No serviço público, onde não é visada a venda de um determinado produto, o objetivo das gerências é prestar um atendimento ágil e adequado, satisfazendo assim os anseios daqueles que os procuram.

Prado (2004) afirma que: “A abordagem matemática das filas se iniciou no princípio do Século XX (1908) em Copenhague, Dinamarca, com A. Kendall Erlang, o qual foi considerado o pai da Teoria das Filas, quando trabalhava em uma companhia telefônica estudando o redimensionamento de centrais telefônicas”.

Mirshawka (1980) afirma que:

“Uma situação clássica de fila de espera é o da oficina de conserto de uma fábrica. Em cada intervalo do tempo quebra um número variável de máquinas que precisam ser reparadas. Se a capacidade da oficina de reparo é pequena, não será suficiente para realizar a tarefa e com isto o número de máquinas a serem reparadas irá crescer indefinidamente. Se aumentarmos a capacidade da oficina, ela poderá absorver toda a sua carga de trabalho. Porém, devido ao caráter aleatório das quebras algumas máquinas teriam que esperar. Além disso, a duração de um reparo também pode ser variável. Para evitar essas possíveis esperas que custam dinheiro – as máquinas quebradas não produzem evidentemente nada – pode-se pensar em aumentar a capacidade da oficina de reparo. Dessa forma diminuirá o custo de espera já que diminuirá o número de máquinas na fila, porém se incrementará o custo de funcionamento da oficina” vide Figura 01.

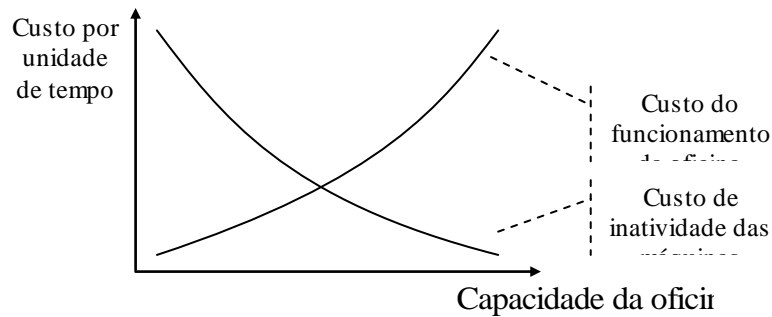


Figura 1. Teoria das Filas em uma Oficina de Reparos

Fonte: Mirshawka (1980)

O Quadro 1, de acordo com Mirshawka (1980), reúne um certo número de fenômenos de espera, dá uma clara demonstração da aplicação da teoria das filas sem se vincular exclusivamente ao caso típico de uma oficina de reparo.

Natureza das unidades	Natureza do serviço	Natureza das estações ou canais de atendimento
Clientes	Venda de um artigo	Vendedores
Barcos	Descarga	Plataformas (cais)
Aviões	Aterrissagem	Pistas
Chamadas telefônicas	Conversações	Circuitos
Chegada de automóveis	Pagar a taxa de pedágio	Funcionários de transportes
Mensagens	Transmissão	Transmissores
Máquinas em reparo	Reparo	Mecânicos
Incêndios	Extinção	Bombeiros
Pedidos de execução	Confecção	Costureiras
Cartas	Mecanografia	Secretarias
Veículos	Passagem em um certo cruzamento	Semáforos
Falta de luz elétrica	Consertar a linha de distribuição	Eletricistas

Quadro 1 - Aplicações de Teoria das Filas

Fonte: Mirshawka (1980)

Mirshawka (1980) relaciona a seguir os campos de aplicação e a teoria das filas:

“O campo de aplicação estende-se a muitos problemas empresariais nos quais os fatores ‘unidades a receber um serviço’ e ‘duração do serviço’ tem associados a si um forte custo pelo tempo improdutivo no primeiro caso e o custo de manutenção no outro.

É lógico que todos esses problemas se enquadram na teoria das filas já que o seu objetivo consiste em determinar o valor ótimo da dimensão da estação ou canal de serviço de tal forma que seja mínima a soma dos custos de espera e de serviço.”

Costa (2004) afirma que: “Um sistema de filas pode ser descrito como clientes chegando, esperando pelo serviço, se não forem imediatamente atendidos, e saindo do sistema após serem atendidos”.

Prado (2004) também tem uma definição sobre filas e exemplos de processos:

“Algumas vezes as filas são algo abstrato, tais como uma pilha de papéis referentes a pedidos de manufatura em uma fábrica de geladeira ou uma máquina estragada dentro de uma fábrica e que necessita de reparos, mas tem de aguardar porque o reparador está ocupado efetuando outros consertos. Outras vezes a fila não é vista enfileirada, mas sim, dispersa, como, por exemplo, pessoas em uma barbearia, esperando pela vez de cortar o cabelo, aviões sobrevoando um aeroporto, esperando pela vez para aterrissar, ou navios parados no mar, esperando pela vez de atracar no porto para descarregar”. Logo, podemos considerar como uma fila todo fluxo de entrada que precisa aguardar para ter seu processamento efetuado.”

McCloskey e Trefethen (1956) afirmam que: “os estudos mais compensadores de filas são aqueles em que os clientes da fila são artigos físicos grandes e dispendiosos. Em tais estudos, uma pequena modificação tecnológica, embora possibilite o atendimento de apenas uns poucos clientes mais, por unidade de tempo, eventualmente resultará numa redução surpreendente de períodos de espera”.

Por economia, as empresas que prestam serviços em geral, preocupam-se em servir o maior número de clientes com o menor tempo possível; ou seja, uma situação onde a taxa de atendimento é igual à taxa média de chegada (MCCLOSKEY e TREFETHEN, 1956).

Baseando-se em Slack et al. (1997), se uma determinada operação tiver um número reduzido de servidores (atendentes), formam-se filas até um certo ponto em que os usuários (clientes)

ficarão insatisfeitos com o tempo de espera, mesmo que os atendentes sejam ágeis em seus atendimentos; ou seja, tenham um bom aproveitamento. Por outro lado, se houver um número elevado de servidores trabalhando no processo de atendimento, o tempo que os usuários terão de aguardar será reduzido, porém o aproveitamento dos servidores estará aquém do que eles são capazes, já que sua utilização será baixa. Por este fato, o problema de planejamento e controle da capacidade para este tipo de operação é uma otimização entre o tempo de espera dos usuários e a utilização da capacidade do sistema.

As aplicações mais comuns de Teoria das Filas são relacionadas com sistemas produtivos; ou seja, quantidade ideal de máquinas em uma linha de produção, quantidade de funcionários no setor de despacho de mercadorias, entre outros. Todavia, a Teoria das Filas também tem sido aplicada com sucesso no setor de serviços, aqueles cuja saída não é um bem tangível, como um produto, e sim um serviço prestado a um terceiro. O fluxo de documentos em um escritório, a quantidade de pacientes aguardando atendimento em um hospital, a quantidade de pessoas necessárias para tratar processos em um fórum, dentre várias outras possíveis aplicações (MCCLOSKEY e TREFETHEN, 1956).

2.1 Distribuições de Probabilidade

De acordo com Montgomery (2004), uma distribuição de probabilidade é um modelo matemático que relaciona o valor da variável com a probabilidade de ocorrência daquele valor na população. Em outras palavras, podemos visualizar o diâmetro de anéis de pistons como uma variável aleatória, porque ele assume diferentes valores na população de acordo com algum mecanismo aleatório, e, desse modo, a distribuição da probabilidade de ocorrência de qualquer valor do diâmetro na população.

Ainda com base em Montgomery (2004), uma distribuição é chamada de distribuição discreta se for definida em um conjunto contável e discreto, tal como o subconjunto dos números inteiros e a distribuição de Poisson; ou é chamada de distribuição contínua se tiver uma função distribuição contínua, tal como uma função polinomial ou exponencial. Exemplo de distribuição contínua são os diâmetros dos anéis de pistons. Exemplo de distribuição discreta é o número de defeitos em placas de circuitos em uma fábrica de componentes eletrônicos.

2.1.1 Distribuição de Poisson

Na teoria da probabilidade e na estatística, a distribuição de Poisson é uma distribuição de probabilidade discreta. Ela expressa, por exemplo, a probabilidade de um certo número de eventos ocorrerem num dado período tempo, caso estes ocorram com uma taxa média conhecida e caso cada evento seja independente do tempo decorrido desde o último evento.

Esta distribuição foi descoberta por Siméon-Denis Poisson (1781-1840) e focava-se em certas variáveis aleatórias N que contavam, entre outras coisas, o número de ocorrências discretas (por vezes chamadas de "chegadas") que tinham lugar durante um intervalo de tempo de determinado comprimento. A probabilidade de que existam exatamente k ocorrências (k sendo um inteiro não negativo, $k = 0, 1, 2, \dots$) é:

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad (1)$$

Onde e é base do logaritmo natural ($e = 2.71828\dots$);

$x!$ é o fatorial de x ;

λ é um número real, igual ao número esperado de ocorrências que ocorrem num dado intervalo de tempo. Por exemplo, se o evento ocorre a uma média de 4 minutos, e estamos interessados no número de eventos que ocorrem num intervalo de 10 minutos, usaríamos como modelo a distribuição de Poisson com $\lambda = 10/4 = 2.5$.

2.1.2 Distribuição Exponencial

Considerando um sistema onde o intervalo entre uma chegada e outra são completamente independentes, bem como o tempo de serviço atual é independente do tempo de serviço anterior, esses processos são ditos sem memória, pois seus intervalos não estão relacionados no tempo, por isso podem ser caracterizados por uma distribuição exponencial, conforme McCloskey e Trefethen (1956).

2.2 O Papel que Desempenha a Distribuição Exponencial na Teoria das Filas

Este item foi extraído com referência integral a Mirshawka (1980).

Fila é uma linha de espera de unidades que demandam serviço a uma estação de serviço. As características operacionais das linhas de espera são basicamente determinadas por duas propriedades estatísticas. Mais precisamente, a distribuição de probabilidade dos tempos entre as chegadas e a distribuição de probabilidade dos tempos de serviço. Para formular um modelo de teoria das filas para representar um sistema real é necessário especificar a forma adotada para o processo de chegada e para o atendimento.

Para ser útil, a forma adotada deve ser suficientemente realística, de maneira que o modelo forneça previsões razoáveis sendo ao mesmo tempo suficientemente simples para que o modelo possa ser tratado matematicamente. Dentro deste contexto, a distribuição de probabilidade mais importante na teoria das filas é a distribuição exponencial.

De acordo com o mesmo autor, suponhamos que a variável aleatória T representa os tempos entre chegadas ou entre serviços, e ainda, sabemos que T segue a lei exponencial com parâmetros λ se a sua função definida é:

$$F(x) = \lambda e^{-\lambda t} \quad t \geq 0 \quad (2)$$

A distribuição exponencial acumulada é:

$$f(t) = P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (3)$$

Ainda de acordo com Mirshawka (1980), para se chegar a uma resposta sobre as implicações do fato de adotar que T tem uma distribuição exponencial no modelo de fila, é necessário examinar as cinco propriedades básicas da distribuição exponencial.

2.2.1 Propriedade básica I

$f(t)$ é uma função estritamente decrescente de t para $t \geq 0$, uma consequência é que:

$$P(0 \leq T \leq \Delta t) > P(t \leq T \leq t + \Delta t) \quad (4)$$

para quaisquer valores estritamente positivos de Δt e t .

Se o serviço requerido é essencialmente idêntico para cada unidade ou cliente, com o atendente sempre desempenhando a mesma seqüência de operações, então o tempo de serviço atual tenderia a estar próximo do tempo de serviço esperado.

Pequenos desvios da média podem ocorrer, porém sempre decorrentes da eficiência do atendente.

Um tempo de serviço muito curto, bem abaixo da média, seria essencialmente impossível porque uma certa quantidade de tempo é requerida para executar as operações de serviços necessárias mesmo quando o atendente está trabalhando em grande velocidade.

Nessas condições a distribuição exponencial claramente não forneceria uma conveniente aproximação para a distribuição dos tempos de serviço. Por outro lado, se as tarefas requeridas do atendente variam de acordo com o cliente, a natureza geral do serviço pode ser a mesma, porém o tipo e quantidade de serviço diferem. Como exemplo, pode ser citado um caixa de banco, que tem serviços comumente rápidos, mas que às vezes, aparecem serviços de maior duração. Nessa situação a distribuição exponencial para o tempo de serviço seria plausível.

2.2.2 Propriedade básica II – Perda de memória

Essa propriedade pode ser estabelecida matematicamente como:

$$P(T > t + \Delta t \mid T > \Delta t) = P(T > t) \quad (5)$$

para quaisquer quantidades positivas t e Δt .

A distribuição de probabilidade do tempo restante até o incidente (chegada ou execução do serviço) ocorre sempre da mesma forma, independente de quanto tempo (Δt) já tenha passado. Na realidade, o processo esquece o seu passado.

De acordo com o mesmo autor, este fenômeno ocorre com a distribuição exponencial por que:

$$P(T > t + \Delta t \mid T > \Delta t) = P(T > \Delta t \cap T > t + \Delta t) = P(T > t + \Delta t) = e^{-\alpha(t + \Delta t)} = e^{-\alpha t} \quad (6)$$

Essa propriedade descreve a situação comum onde o tempo até a próxima chegada é completamente independente daquele no qual ocorreu a última chegada.

Não podemos esperar que esta propriedade seja vista em uma situação onde um atendente precisa desempenhar a mesma seqüência de operações para cada cliente porque, desse modo, um serviço de duração prolongada implicará que provavelmente pouco resta para ser feito.

Por outro lado, quando as operações de serviço são diferentes de cliente para cliente, esta propriedade pode ser realística. Logo, se um longo serviço já tenha sido feito para um cliente, a implicação é que este cliente de fato requereu um serviço de maior duração.

2.2.3 Propriedade básica III – O mínimo de variáveis também tem uma distribuição exponencial

Sejam T_1, T_2, \dots, T_n variáveis aleatórias exponenciais independentes com parâmetros $\alpha_1, \alpha_1, \dots, \alpha_n$, respectivamente.

Representamos por T_{inf} a variável aleatória que tem o valor igual ao mínimo dos valores atualmente tomados por T_1, T_2, \dots, T_n , isto é

$$T_{inf} = \min \{ T_1, T_2, \dots, T_n \}$$

Desse modo, se T_i representa o tempo até que um particular incidente ocorra, então T_{inf} representa o tempo até que o primeiro entre n diferentes incidentes ocorra. Logo, T_{inf} também tem uma distribuição exponencial. Isso indica que T_{inf} , tempo de chegadas para um modelo de fila como um todo, tem uma distribuição exponencial com parâmetro α .

Podemos concluir que, pode-se ignorar a distinção entre clientes e ainda ter tempos entre chegadas obedecendo à lei exponencial.

Esta propriedade é também importante para filas com múltiplos atendentes. Considerando a situação onde os atendentes têm a mesma distribuição exponencial para o tempo de serviço com parâmetro μ . Seja n o número de atendentes executando o serviço e T_i o tempo de serviço restante para o atendente i ($i = 1, 2, \dots, n$) o qual também tem uma distribuição exponencial com parâmetro $\alpha_i = \mu$.

Desse modo, T_{inf} , tempo até a conclusão do próximo serviço por parte de qualquer um dos atendentes, tem uma distribuição exponencial com parâmetro $\alpha = n\mu$.

Na realidade, podemos concluir que o sistema de fila teria o mesmo desempenho de um sistema com um único atendente, onde os tempos de serviço teriam a distribuição exponencial com o parâmetro $n\mu$.

2.2.4 Propriedade básica IV – Relação da distribuição exponencial com a distribuição de Poisson

Suponhamos que o tempo entre ocorrências consecutivas de alguma particular espécie de incidente (por exemplo, conclusão de serviço por um atendente continuamente ocupado) tem uma distribuição exponencial com parâmetro α .

Esta propriedade estabelece uma distribuição de probabilidade do número de vezes que essa espécie de incidente ocorre num específico intervalo de tempo.

Em particular, seja $X(t)$ o número de ocorrências na época t ($t > 0$), onde o instante “0” representa o instante no qual começa a contagem.

A implicação é que:

$$P [X(t) = n] = (\alpha t)^n e^{-\alpha t} \text{ para } n = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

Ou seja, $X(t)$ tem uma distribuição de Poisson com parâmetro αt .

Por exemplo, para $n = 0$ temos:

$$P [X(t) = 0] = e^{-\alpha t} \quad (8)$$

que é justamente a probabilidade de numa distribuição exponencial o primeiro incidente ocorrer após o tempo t .

A média da distribuição de Poisson é:

$$E [X(t)] = \alpha t \quad (9)$$

de forma que o número esperado de incidentes por unidade de tempo é α .

Dessa forma se diz que a taxa média com a qual ocorrem os incidentes é α .

Quando os incidentes são contados na base contínua, o processo de contagem se chama “processo de Poisson” com parâmetros α (taxa média). Essa propriedade fornece uma informação útil sobre as conclusões de serviço quanto os tempos de serviço tem uma distribuição exponencial com parâmetro μ .

Isso é feito definindo-se $X(t)$ como o número de conclusões de serviços realizados por um atendente continuamente ocupado no decurso de um tempo t , onde $\alpha = \mu$.

Para os modelos de filas com múltiplos atendentes $X(t)$ pode também ser definido como o número de serviços concluídos por n atendentes continuamente ocupados no decorrer de um tempo t , onde $\alpha = n\mu$.

Essa propriedade é útil para descrever o comportamento probabilístico de chegadas quando os tempos entre chegadas têm uma distribuição exponencial com parâmetro λ .

Nesse caso $X(t)$ seria o número de chegadas no decurso do tempo t sendo $\alpha = \lambda$ a taxa média de chegada.

Portanto, chegadas ocorrem de acordo com um processo de entrada de Poisson.

2.3 Características dos Processos de Filas

De acordo com Costa (2004), na maioria dos casos, seis características básicas de processos de filas fornecem uma descrição adequada de um sistema de filas: padrão de chegada dos clientes, padrão de serviço dos servidores, disciplina de filas, capacidade do sistema, número de canais de serviço e número de estágio de serviços. Considerando que todo o dimensionamento depende da maneira como os clientes chegam ao sistema, o padrão de chegada dos mesmos é o primeiro ponto a ser analisado.

2.4 Padrão de Chegada dos Clientes

Segundo Costa (2004), os processos de filas desenvolvem-se conforme leis de probabilidade. Desse modo, é necessário conhecer a distribuição de probabilidade e descrever o tempo entre as chegadas sucessivas dos clientes, sendo estes os tempos de interchegada. A possibilidade dos clientes chegarem simultaneamente no sistema, *chegada batch*, também deve ser considerada, bem como a reação do mesmo frente a este fato, uma vez que ele será considerado *decepcionado* se optar por não entrar na fila e *impaciente* se entrar na fila e desistir da mesma após um período de tempo. O padrão de chegada pode ser definido como sendo *estacionário*, caso seu padrão de chegada não mude com o tempo e, *não-estacionário*, se o seu padrão de chegada é alterado com o passar do tempo.

“Geralmente as chegadas são aleatórias. Dessa forma representaremos o processo de chegada em termos de variáveis aleatórias. Portanto, um processo de chegada fica especificado pelos seguintes fatores: a fonte de chegada, o tipo de chegada e os períodos entre chegadas” (MIRSHAWKA, 1980).

Com base em Davis et al (2001), os padrões de chegadas em um sistema são, geralmente, mais controláveis do que normalmente se observa. É possível controlar o índice de chegada de usuários (clientes) no sistema ao aumentar o valor cobrado do serviço em determinados horários ou dias, reduzindo assim a demanda nestes momentos específicos. É também por este motivo que companhias aéreas oferecem tarifas mais acessíveis naqueles horários em que os aviões sub utilizados e tarifas mais altas nos momentos em que a demanda é maior. Todavia, o controle de chegada mais simples é o de horários de atendimento.

A demanda por alguns serviços é, muitas vezes, incontrolável, isto é, não depende da decisão tomada pelo administrador do sistema. Como exemplo, cita-se a emergência de um hospital, onde não se pode determinar que em um determinado momento serão reduzidos os atendimentos, conforme Davis et al (2001). Na Figura 2, verifica-se as características de chegadas em filas.

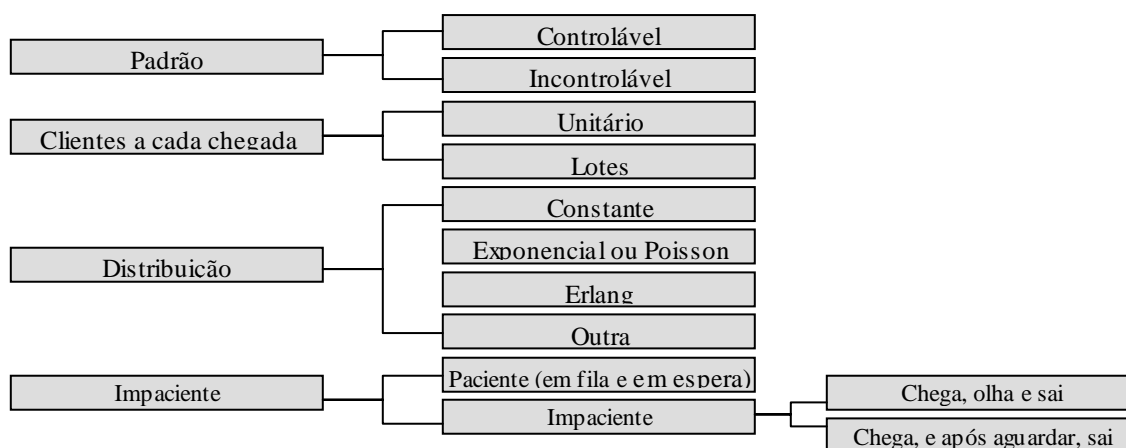


Figura 2: Características de chegadas em filas

Fonte: Davis et al (2001)

2.5 Padrões de Serviço

De acordo com Costa (2004), os padrões de serviço são diretamente influenciados pelo padrão de chegada dos clientes, considerando que os serviços podem ser simples ou com chegada simultânea. Quando um serviço depende do número de clientes na fila, como exemplo, um operador trabalha mais rapidamente com o aumento do número de pessoas aguardando, ele é considerado *dependente do estado*. Os serviços também podem ser *estacionários* ou *não-estacionários* com relação ao tempo, se para isto for levado em consideração o fato de que com o passar do tempo o operador torna-se mais experiente e, portanto, ágil no atendimento. Desse modo, o número de clientes na fila não importa (dependência do estado) e sim o período de tempo em atividade (dependência do tempo).

Mirshawka (1980) afirma que: “a especificação do mecanismo de serviço é feita descrevendo-se o número de estações de serviço, o número de unidades sendo atendidas de cada vez e a duração do serviço”.

2.6 Disciplina de Filas

Mirshawka (1980) afirma que “é a descrição dos fatores ligados às regras de conduta, necessidades e comportamento das unidades, políticas para selecionar unidades para o atendimento, descrição de prioridades”.

Conforme Prado (2004), a entrada de clientes em uma fila e o seu modo de tratamento é o que define a disciplina desta fila. São dois os métodos mais comuns de disciplina de filas, o FIFO - *First In First Out* (em português: primeiro que entra, primeiro que sai) onde o cliente que entrou a mais tempo na fila é o que terá a preferência no atendimento, e também o LIFO – *Last In First Out* (em português: último que entra, primeiro que sai) onde o cliente que tomou entrada na fila por último será o preferencial no atendimento.

2.7 Capacidade do Sistema

Conforme Costa (2004), dependendo da quantidade de pessoas que entram em uma fila, a mesma pode saturar-se; ou seja, existe um número máximo admissível de clientes em uma fila. Nesta situação, a fila é considerada como um sistema *finito*; ou seja, caso um novo cliente

necessitar adentrar a fila, será necessário aguardar a saída de outrem da mesma. Caso a fila não tenha limitação na capacidade, podendo ter novas entradas continuamente, o sistema é considerado como *infinito*.

2.8 Número de Canais de Serviço

Com base em Costa (2004), quando o número de canais de serviço é definido, tipicamente está sendo determinado o número de estações de serviços paralelos que podem servir os clientes simultaneamente. A Figura 3 ilustra um sistema com canal simples, enquanto as Figuras 4 e 5 mostram duas variações dos sistemas multicanais. Os dois sistemas multicanais diferem pelo fato que o primeiro possui uma única fila, enquanto o segundo possui uma fila para cada canal. Uma barbearia com várias cadeiras é um exemplo do primeiro tipo de multicanal, assumindo que não exista um estilo particular de corte de cabelo. Por outro lado, um supermercado e um restaurante *fast-food* preenchem a segunda espécie de multicanal.”



Figura 3 – Um processo de filas típico

Fonte: Costa (2004)

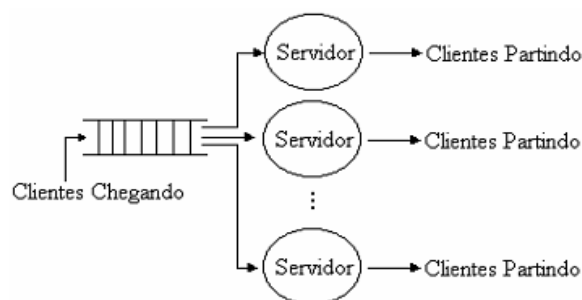


Figura 4 – Sistema Multicanal com Fila Única

Fonte: Costa (2004)

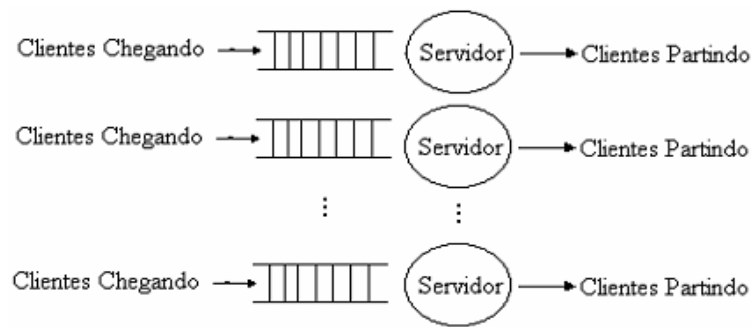


Figura 5 – Sistema Multicanal com Fila Individual

Fonte: Costa (2004)

2.9 Sistemas de fila-única

De acordo com McCloskey e Trefethen (1956), o problema de fila-única é, ele próprio, notadamente complexo. É útil investigar os tempos de espera dos clientes para determinar se existem estados estacionários, nos quais a fila nem tende para o infinito nem para zero e pode ser adotada qualquer solução para os casos de difíceis de espera do cliente.

Para McCloskey e Trefethen (1956), a análise destes tipos de filas é baseada em quão tarde chega um cliente após aquele que o precedeu, e o tempo consumido para atender a um cliente. Nenhuma dessas quantidades é determinada previamente; de fato, podem assumir qualquer valor. O que deve ser especificado é a distribuição de cada um, ou quanto tempo um intervalo de chegadas terá e quanto tempo levará o atendimento.

2.10 Estágios de Serviço

Ainda de acordo com Costa (2004), quando o cliente passa por vários serviços em uma mesma fila, como exemplo pode-se citar um procedimento de exame físico, onde diversos exames são necessários, esta fila é considerada *multi-estágio*. No caso mais simples, a fila tem apenas um serviço e o seu dimensionamento é facilitado. Retrabalhos, devido a erros ou outros motivos, e também a reciclagem, podem fazer com que um cliente volte para a fila, caracterizando uma fila *multi-estágio com retorno*, conforme a Figura 6.

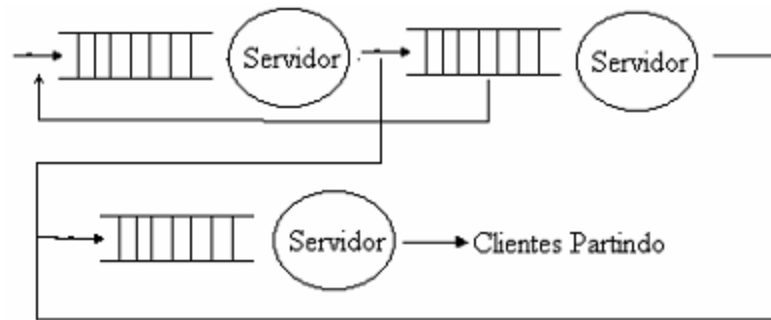


Figura 6 – Sistema de Filas Multi-Estágio com Retorno

Fonte: Costa (2004)

2.11 Analisando o Sistema

De acordo com Costa (2004), existem várias perguntas a serem feitas antes da aplicação do conceito de teoria das filas em um sistema, destas, o tempo de espera que um cliente precisará aguardar, o motivo pelo qual os clientes se acumulam e uma medida do tempo ocioso dos operadores, são as mais importantes. Existem dois tipos de tempo de espera de clientes, o tempo que o cliente gasta na fila e o tempo total do cliente no sistema (tempo na fila + tempo de serviço). A importância desses dois tipos de tempo de espera depende do estudo que está sendo realizado. Por exemplo, num parque de diversão, o tempo de espera na fila é que deixa o cliente infeliz. Por outro lado, no reparo de uma máquina é o tempo total no sistema que se deseja minimizar, de maneira a ter a máquina o mais rápido possível em produção.

Existe também a necessidade de prover condições de espera àqueles que permanecem na fila, sendo exemplo as salas de espera em um consultório. Para prever estas condições, é necessário conhecer o número de clientes na fila e no sistema.

2.12 A Notação Kendall

Costa afirma que (2004) “a notação de processos de filas mais utilizada atualmente foi proposta por Kendall, em 1953, e é descrita por uma série de símbolos, tais como, $A/B/m/K/M$, onde A indica a distribuição de interchegada dos clientes, B o padrão de serviço de acordo com uma distribuição de probabilidade para o tempo de serviço, m o número de canais de serviços paralelos (servidores), k a capacidade do sistema e M a disciplina da fila. O tamanho da população que fornece clientes e Z a disciplina de filas. Alguns símbolos padrão para estas características são mostradas no Quadro 2 abaixo. Por exemplo, a notação

$M/D/2/FCFS$ indica um processo de filas com tempos de interchegada exponenciais, tempos de serviço determinísticos, dois servidores paralelos, capacidade ilimitada e disciplina de fila *First-Come-First-Served*.”

Características	Símbolo	Explicação
Distribuição de Tempo de Interchegada (A) e Distribuição de Tempo de Serviço (B)	M	Exponencial
	D	Determinístico
	Ek	Tipo k = Erlang (k = 1,2,...)
	Hk	Mistura de k exponenciais
	PH	Tipo Fase
	G	Geral
Número Paralelo de Servidores (m)	1,2,...,∞	
Restrição na capacidade do sistema (k)	1,2,...,∞	
Disciplina da fila (M)	FIFO	First In First Out
	LIFO	Last In Last Out
	RSS	Seleção Aleatória por Serviço
	PR	Prioridade
	GD	Disciplina Geral

Quadro 2 - Notação de Fila – A/B/m/k/M

Fonte: Costa (2004)

Ainda como afirmação de Costa (2004) “em muitas situações só os três primeiros símbolos são utilizados, de maneira que, é assumido que o sistema tem capacidade ilimitada e possui uma disciplina *FCFS*. Neste caso, $M/D/2/FCFS$ poderia ser indicado apenas por $M/D/2$. Os símbolos no Quadro 2 são auto-explicativos, entretanto, alguns deles merecem algum complemento. Por exemplo, o símbolo G representa uma distribuição de probabilidade geral, isto é, resultados nestes casos são aplicáveis para qualquer distribuição de probabilidade”.

De acordo com Costa (2004), pode parecer estranho que o símbolo M seja usado como exponencial. O uso de E pode ser confundido com uma variável idêntica, também E , que é usada para representar uma distribuição Erlang tipo k . Assim, M é usado ao invés disso, onde M é originado da propriedade sem memória ou Markoviana da distribuição exponencial.

Prado (2004) tem a seguinte afirmação referente ao Quadro 2, “os valores para A e B dependem do tipo de distribuição a que elas se referem”:

- M : Exponencial Negativa (ou Markoviana ou Poisson);
- Em : Erlang de estágio m ;
- Hm : Hiper-exponencial de estágio m ;

- Determinística;
- Geral.

2.13 Variáveis Randômicas Fundamentais

De acordo com Prado (2004), considere o sistema de filas da Figura 7, em uma situação estável, na qual clientes chegam e entram em fila, existindo m servidores para atendê-los. Seja λ o ritmo médio de chegada e μ o ritmo médio de atendimento de cada atendente. Portanto:

- λ = Ritmo médio de chegada;
- μ = Ritmo médio de atendimento;
- m = Quantidade de atendentes.

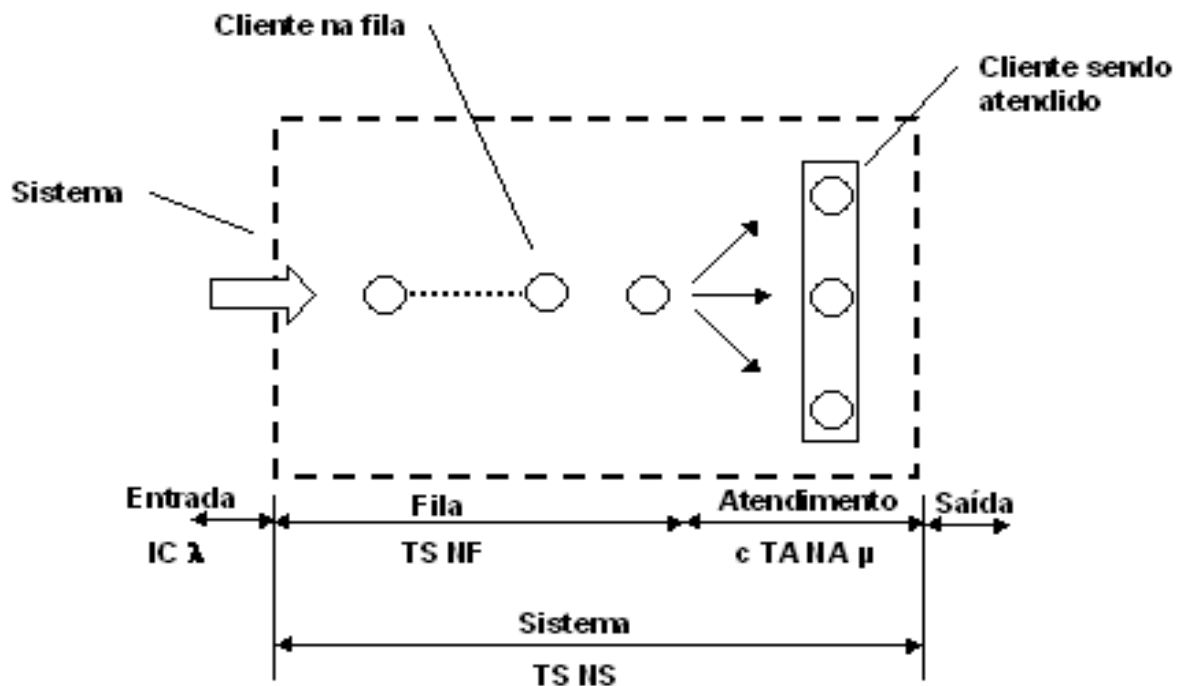


Figura 7 – Localização das variáveis

Fonte: Prado (2004)

Prado (2004) apresenta quatro tipos de variáveis, sendo elas transcritas abaixo.

2.13.1 Variáveis referentes ao sistema

São duas as variáveis referentes ao sistema, sendo elas TS e NS , as quais significam:

TS = Tempo Médio de Permanência no Sistema;

NS = Número Médio de Clientes no Sistema

2.12.2 Variáveis referentes ao processo de chegada

São duas as variáveis referentes ao processo de chegada, sendo elas λ e IC , as quais significam:

λ = Ritmo médio de chegada;

IC = Intervalo Médio entre Chegadas;

Por definição:

$$IC = 1/\lambda \quad (10)$$

2.13.3 Variáveis referentes à fila

Também são duas as variáveis referentes à fila, sendo elas TF e NF , as quais significam:

TF = Tempo Médio de Permanência na Fila;

NF = Número Médio de Clientes na Fila;

2.13.4 Variáveis referentes ao processo de atendimento

Também são quatro as variáveis referentes ao processo de atendimento, sendo elas TA , m , NA e μ , as quais significam:

TA = Tempo Médio de Atendimento ou de Serviço;

m = Quantidade de Atendentes;

NA = Número Médio de Clientes que estão sendo atendidos;

μ = Ritmo Médio de Atendimento

Por definição:

$$TA = 1/\mu \quad (11)$$

Um bom exemplo de fila foi apresentado por Prado (2004), conforme a figura 07, na qual é possível verificar a relação das variáveis apresentadas com cada ponto analisado da fila, entrada, fila, atendimento e saída.

2.14 Relações básicas

De acordo com Prado (2004) “existem duas relações óbvias entre as variáveis randômicas mostradas na Figura 7: $NS = NF + NA$ e $TS = TF + TA$. Pode-se demonstrar também que $NA = \lambda / \mu = TA / IC$ ”.

Ainda segundo o mesmo autor, para o caso de “uma fila/um atendente”, chamamos de taxa de utilização a expressão $\rho = \lambda / \mu$, onde λ é o ritmo médio de chegada e μ o ritmo médio de atendimento. No caso de uma fila/vários atendentes, a expressão se torna $\rho = \lambda / c \mu$.

2.15 Fórmulas de Little

Costa (2004), afirmou que: “um dos mais poderosos relacionamentos em teoria das filas foi desenvolvido por John Little no início dos anos 60. Little relacionou o tamanho médio do sistema em estado de equilíbrio com o tempo médio de espera dos clientes, o qual também é o tempo que um cliente em estado de equilíbrio”.

Segundo Prado (2004), J.D.C. Little demonstrou que, para um sistema estável de fila, temos o seguinte:

$$NF = \lambda \cdot TF \quad (12)$$

$$NS = \lambda \cdot TS \quad (13)$$

De acordo com o mesmo, estas fórmulas são muito importantes pois fazem referências a quatro das mais importantes variáveis randômicas de um sistema de filas: NS , NF , TS e TF . Por exemplo, se além de λ e μ , conhecemos TS , podemos obter as outras variáveis, assim:

$$NS = \lambda \cdot TS \quad (14)$$

Com base na equação (11), concluí-se que:

$$TF = TS - TA = TS - 1/\mu \quad (15)$$

Finalmente:

$$NF = \lambda \cdot TF \quad (16)$$

“É importante salientar que todas as fórmulas acima independem da quantidade de servidores e do modelo de fila, pois trata-se de fórmulas fundamentais básicas”, afirmou Prado (2004).

No Quadro 3 abaixo, é possível verificar um resumo das fórmulas apresentadas.

Nome	Fórmula
Intervalo Entre Chegadas	$IC = \frac{1}{\lambda}$
Tempo do Atendimento	$TA = \frac{1}{\mu}$
Taxa de Utilização dos Atendentes	$\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu}$
Intensidade de Tráfego	$I = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{TA}{IC}$
Relações entre Fila, Sistema e Atendimento	$NS = NF + NA$ $NA = \frac{\lambda}{\mu}$ $NS = NF + \frac{\lambda}{\mu} = NF + \frac{TA}{IC}$ $TS = TF + TA$ $NA = \rho = \frac{\lambda}{M \cdot \mu}$
Fórmulas de Little	$NF = \lambda \cdot TF$ $NS = \lambda \cdot TS$

Quadro 3– Resumo das Fórmulas

Fonte: Prado (2004)

2.16 Distribuição de Chegada e Atendimento

Segundo afirma Costa (2004), os mais comuns modelos de filas estocásticas assumem que os tempos de interchegada e serviço obedecem a uma distribuição exponencial, ou equivalentemente, que a taxa de chegada e a taxa de serviço seguem uma distribuição de Poisson.

Mirshawka (1980) afirma que “fila é uma linha de espera de unidades que demandem serviço a uma estação de serviço. As características operacionais das linhas de espera são basicamente determinadas por duas propriedades estatísticas mais precisamente a distribuição de probabilidade dos tempos entre as chegadas e a distribuição de probabilidade dos tempos de serviço”.

Mirshawaka (1980) também afirma que “para formular um modelo de teoria das filas para representar um sistema real é necessário especificar a forma adotada para o processo de chegada e para o atendimento. Para ser útil, a forma adotada deve ser suficientemente realística, de maneira que o modelo forneça previsões razoáveis sendo ao mesmo tempo suficientemente simples para que o modelo possa ser tratado matematicamente.”

“Se ao analisarmos um processo de chegada e constatarmos que o ritmo de chegada segue a Distribuição de Poisson, podemos, então, afirmar que os intervalos entre chegadas seguirão a Distribuição Exponencial Negativa”, afirmou (PRADO, 2004).

Prado (2004) também afirma que “um processo de chegada geralmente segue a Distribuição de Poisson para ritmos ou a Distribuição Exponencial para intervalos de chegadas, já o processo de atendimento raramente segue as citadas distribuições no mundo real, a não ser em casos raros e isolados como na telefonia. O modelo apresentado aqui tem poucas aplicações práticas, mas grande aplicação teórica, pois permite a construção da teoria das filas. Olhando apenas o processo de chegada, a distribuição de Poisson geralmente se aplica a qualquer situação real, para o caso do atendimento cada caso deve ser analisado per si”.

Modelo	Layout	Tipo de Atendimento	Fonte Populacional	Comportamento de Chegada	Disciplina da Fila	Padrão de Atendimento	Tamanho Permitido da Fila	Exemplo Típico
1	Canal único	Único	Infin ito	Poisson	FIFO	Exponencial	Ilimitada	Fila única em um pedágio
2	Canal único	Único	Infin ito	Poisson	FIFO	Constante	Ilimitada	Passeios de montanha russa
3	Canal único	Único	Infin ito	Poisson	FIFO	Erlang	Ilimitada	Barbearia com um único barbeiro
4	Canal Múltiplo	Único	Infin ito	Poisson	FIFO	Exponencial	Ilimitada	Filas múltiplas em pedágios

Quadro 4: Propriedades de alguns modelos específicos de filas de espera

Fonte: Davis et al (2001)

3 ESTUDO DE CASO

3.1 Caracterização do estudo

O CREA-PR é um órgão público federal e sua alta administração utiliza modernas metodologias de administração. A presidência do conselho define quais são suas expectativas no início do seu mandato, como metas a serem atingidas perante a sociedade. Estas metas são muito amplas e é papel da superintendência transformar as metas da presidência em metas mensuráveis para os outros níveis hierárquicos. Estas últimas atingem diretamente o trabalho diário dos funcionários do órgão e, juntas, visam atingir as metas da presidência, conforme a Figura 8 abaixo.

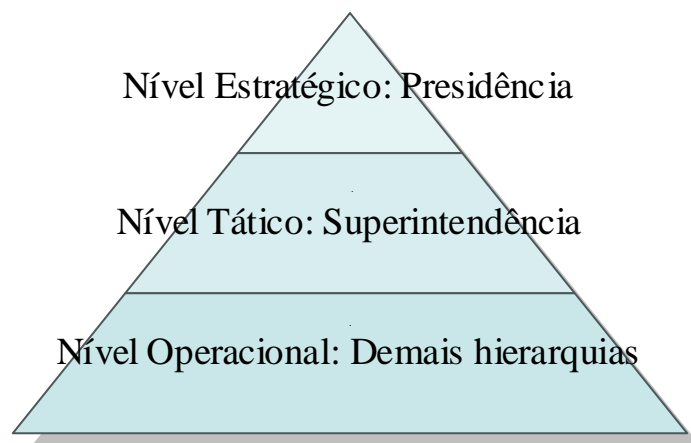


Figura 8: Níveis hierárquicos no CREA-PR

A regional de Maringá do CREA-PR possui 07 inspetorias, sendo elas: Apucarana, Campo Mourão, Cianorte, Ivaiporã, Maringá, Paranavaí e Umuarama. Cada uma destas 07 inspetorias é responsável por sua jurisdição, sendo que em cada uma destas jurisdições estão contidas cidades cujas fiscalizações são de responsabilidade de determinada inspetoria.

A inspetoria de Maringá é responsável pela fiscalização de 41 cidades. Nesta inspetoria existem 5 agentes de fiscalização. Estes agentes de fiscalização têm trabalho externo e percorrem a região fiscalizando obras e/ou serviços de engenharia, que são aqueles que necessitam conhecimento técnico para sua execução, cobrando assim quem são os seus respectivos responsáveis técnicos.

A superintendência do conselho define várias metas para todas as regionais do Estado. São diversas as metas a serem atingidas pela regional Maringá, sendo uma das mais importantes a de quantidade de obras fiscalizadas. Esta meta estabelece que em dezembro de 2007 deverão ter sido efetuadas no mínimo 14.500 fiscalizações na regional, levando-se em conta também que existem valores mínimos mensais que visam atingir o valor acima citado no final do ano. No Gráfico 1 é possível visualizar o resultado da meta de regional Maringá até julho de 2007.

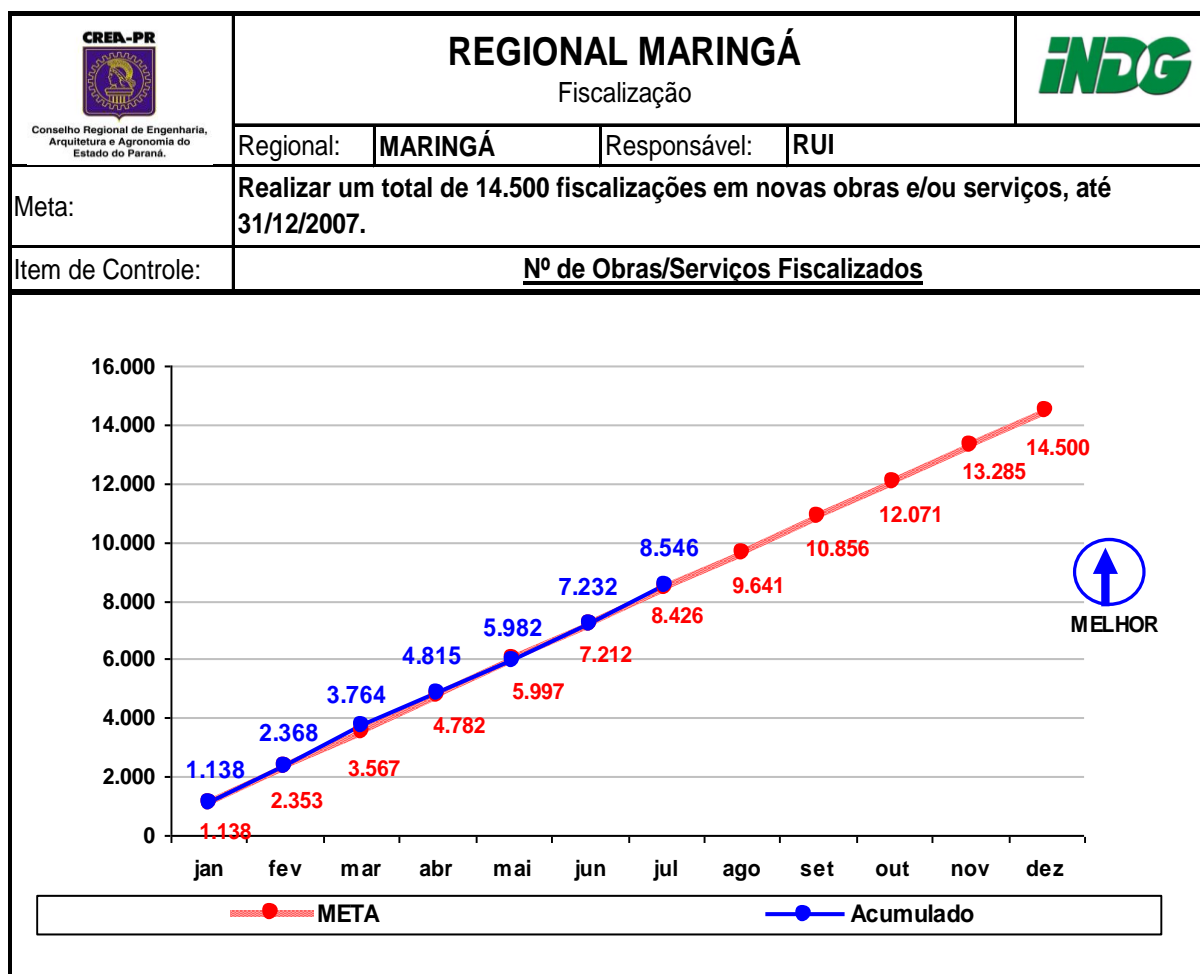


Gráfico 1: Realizar um total de 14.500 fiscalizações em novas obras e/ou serviços até 31/12/2007

Para auxiliar a equipe de fiscalização, existe um funcionário encarregado de gerenciar o fluxo de fiscalizações e também o roteiro de trabalho dos fiscais, de modo a tornar o seu trabalho mais eficaz. Diariamente, respeitando sua programação, cada fiscal efetua cerca de 05 fiscalizações, conforme tabela 1.

Tabela 1: Ritmo médio de fiscalizações diárias

Agente de Fiscalização	Carga horária de trabalho (horas/dia)		Quantidade média diária de fiscalizações
	Externo	Interno	
A	04	04	03
B	08	08	05
C	08	08	06
D	08	08	04
E	08	08	05
Total médio por semana de fiscalização			23

Como é possível notar da Tabela 1 acima, das 14.500 fiscalizações até o final do ano de 2007, cerca de 1.200 devem ser efetuadas a cada mês. Destas 1.200, cerca de 460 concentram-se na inspetoria de Maringá, onde 5 funcionários são responsáveis pelo setor de tratamento de processos de fiscalização. Destes 5 funcionários, 1 é encarregado do recebimento e tratamento inicial destes processos; ou seja, a fase inicial de notificação.

A fase inicial de tratamento inicia-se com o cadastro dos relatórios de visita recebidos dos agentes de fiscalização no sistema informatizado, na seqüência estes processos são montados na forma de tratamento, ou seja, colocação de capa e etiquetas. O passo seguinte é o mais complexo, a análise da regularidade da obra/serviço fiscalizado. Neste ponto, sendo constatado a regularidade da obra/serviço, o processo é arquivado. Sendo constatado que faltam responsáveis técnicos pela execução ou projetos da obra/serviço, são emitidas e postadas as notificações. Os avisos de recebimento dos Correios são anexados às notificações, quando estes retornam, momento este em que o processo já entra na próxima fase de análise, a autuação, não analisada neste trabalho.

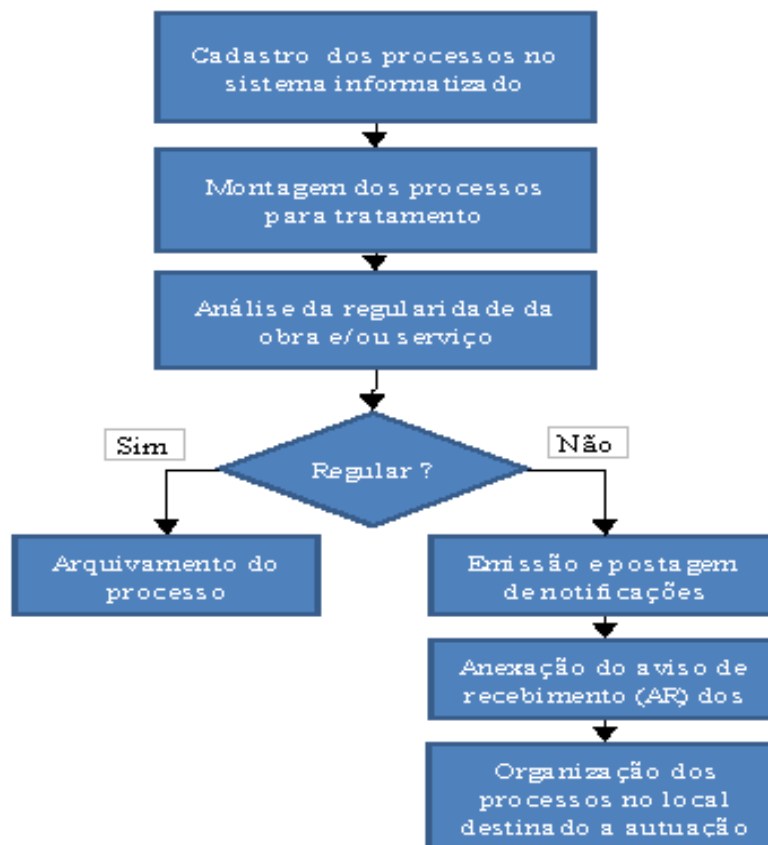


Figura 9: Fase inicial de tratamento dos processos de fiscalização

Para o tratamento completo de um processo de fiscalização, são várias as fases que devem ser cumpridas. No anexo A é possível visualizar, em linhas gerais, as fases de trabalho no tratamento completo dos referidos processos de fiscalização.

A fase analisada neste trabalho é a fase inicial de tratamento; ou seja, o tratamento mensal de cerca de 460 processos para notificação ou autuação.

3.2 A aplicação da teoria das filas na fase inicial do tratamento dos processos de fiscalização

Tendo recebido os processos a serem tratados, o funcionário responsável pelo serviço teve o seu ritmo de tratamento (na teoria das filas mais comumente chamado de ritmo de atendimento) analisado.

Primeiramente foi verificado o tempo gasto para análise de cada um dos processos de fiscalização, tendo sido acompanhado o trabalho do funcionário durante 5 dias típicos seguidos, visando à obtenção de uma média, conforme as Tabela 2.

Para esta análise foi considerado uma jornada de trabalho diária teórica de 8 horas, com as seguintes pausas durante o expediente:

- Pausas para café: 20 minutos diários;
- Pausas para banheiro: 10 minutos diários.

Com base nestas pausas foi estabelecida uma jornada diária real de trabalho de 7 horas e 30 minutos.

Tabela 2: Dias analisados no estudo

1º Dia		2º Dia		3º Dia		4º Dia		5º Dia	
Processos analisados	Tempo por processo (minutos)	Processos analisados	Tempo por processo (minutos)	Processos analisados	Tempo por processo (minutos)	Processos analisados	Tempo por processo (minutos)	Processos analisados	Tempo por processo (minutos)
01	16	01	17	01	24	01	15	01	21
02	19	02	18	02	20	02	24	02	20
03	20	03	21	03	21	03	23	03	19
04	17	04	21	04	16	04	15	04	18
05	10	05	11	05	14	05	26	05	17
06	21	06	20	06	22	06	17	06	16
07	13	07	14	07	14	07	15	07	23
08	24	08	25	08	27	08	14	08	20
09	17	09	18	09	15	09	15	09	20
10	17	10	16	10	17	10	13	10	13
11	24	11	23	11	16	11	26	11	12
12	21	12	22	12	20	12	22	12	20
13	20	13	19	13	19	13	19	13	24
14	15	14	17	14	16	14	20	14	23
15	16	15	15	15	16	15	21	15	17
16	23	16	22	16	19	16	22	16	21
17	17	17	16	17	26	17	21	17	18
18	13	18	12	18	23	18	24	18	10
19	15	19	16	19	15	19	23	19	10
20	19	20	18	20	19	20	21	20	27
21	20	21	21	21	17	21	20	21	23
22	18	22	22	22	18	22	20	22	25
23	22	23	23	23	22	23	17	23	21
24	17	24	18	24	16			24	16
25	18								
Total de Processos	25	Total de Processos	24	Total de Processos	24	Total de Processos	23	Total de Processos	24
Total de minutos	452	Total de minutos	445	Total de minutos	452	Total de minutos	453	Total de minutos	454
Tempo por processo	18,08		18,54		18,83		19,70		18,92
Total de horas	7,53	Total de horas	7,42	Total de horas	7,53	Total de horas	7,55	Total de horas	7,57

Da Tabela 2, dos Apêndices A, B, C, D e E, e com base nas pausas do período, foram extraídos os seguintes dados:

- Tempo médio de tratamento por processo = $TA = 18,8$ minutos;
- Quantidade de Atendentes = $m = 01$;
- Ritmo Médio de tratamento = $\mu = 24$ processos/dia ou 120/semana (tendo sido considerado aqui a semana comercial de cinco dias);

Na seqüência, foram analisadas as chegadas de processos para tratamento, tanto diariamente quanto semanalmente, os dados foram dispostos na Tabela 3 abaixo.

Tabela 3: Ritmo de fiscalizações semanais de 08/jan/07 a 27/jul/07

Período analisado	Quantidade de processos
08 jan a 12 jan	118
15 jan a 19 jan	108
22 jan a 26 jan	110
29 jan a 02 fev	130
05 fev a 09 fev	119
12 fev a 16 fev	128
19 fev a 23 fev	109
26 fev a 02 mar	108
05 mar a 09 mar	119
12 mar a 16 mar	120
19 mar a 23 mar	139
26 mar a 30 mar	108
02 abr a 06 abr	138
09 abr a 13 abr	119
16 abr a 20 abr	139
23 abr a 27 abr	100
07 mai a 11 mai	117
14 mai a 18 mai	118
21 mai a 25 mai	119
28 mai a 01 jun	99
04 jun a 08 jun	98
11 jun a 15 jun	116
18 jun a 22 jun	109
25 jun a 29 jun	96
02 jul a 06 jul	119
09 jul a 13 jul	109
16 jul a 20 jul	109
23 jul a 27 jul	108
Total de semanas analisadas	28
Total de fiscalizações	3229
Média semanal	115,32

Da Tabela 3, foram extraídos os seguintes dados:

- Ritmo médio de chegada = $\lambda = 23,064$ processos/dia ou 115,32 processos/semana;
- Intervalo entre chegadas = $IC = 05$ dias

Antes da aplicação da teoria de filas foi necessária a comprovação gráfica de que a quantidade de chegada de novos processos de fiscalização se distribuía em torno da média seguindo a distribuição de Poisson.

A entrada de novos processos foi classificada em intervalos para o cálculo das freqüências absoluta e freqüência relativa. Para o cálculo da Distribuição de Poisson foi utilizada a equação dada:

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad (17)$$

Sendo que os valores nesta equação são:

$$e = 2,71828$$

$$\lambda = 115,32$$

A Tabela 4 apresenta os dados obtidos:

Tabela 4: Distribuição de Poisson e freqüência relativa

Quantidades de Processos (x)	Distribuição de Poisson	Intervalos de Quantidades de Processos	Freqüência Absoluta	Freqüência Relativa
60	5,1436E-09	50-60	0	0,0000
70	1,4862E-06	60-70	0	0,0000
80	1,0347E-04	70-80	0	0,0000
90	2,0732E-03	80-90	1	0,0357
100	1,3728E-02	90-100	4	0,1429
110	3,3555E-02	100-110	8	0,2857
120	3,3138E-02	110-120	9	0,3214
130	1,4258E-02	120-130	3	0,1071
140	2,8490E-03	130-140	2	0,0714
150	2,7923E-04	140-150	1	0,0357
160	1,4075E-05	150-160	0	0,0000
170	3,8033E-07	170-180	0	0,0000
180	5,7151E-09	180-190	0	0,0000

O Gráfico 2 relaciona a Distribuição de Poisson com as quantidades de processos:

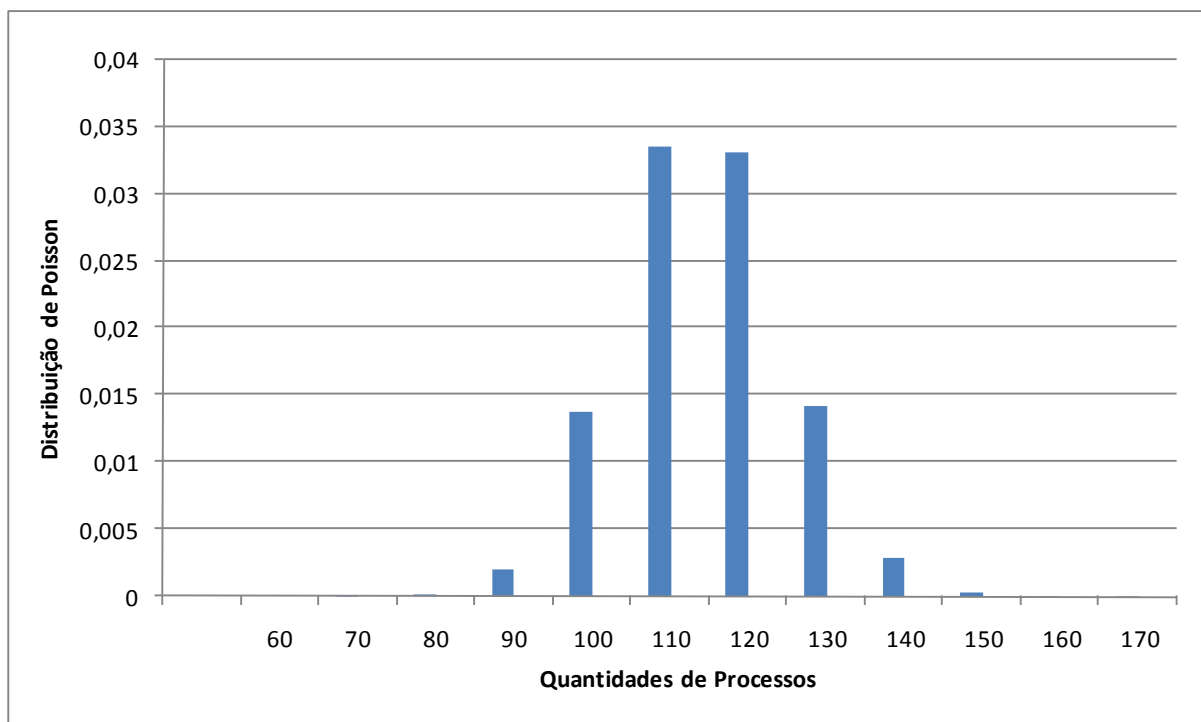


Gráfico 2: Distribuição de Poisson x quantidades de processos

O Gráfico 3 relaciona a frequência relativa e os intervalos de quantidades de processos:

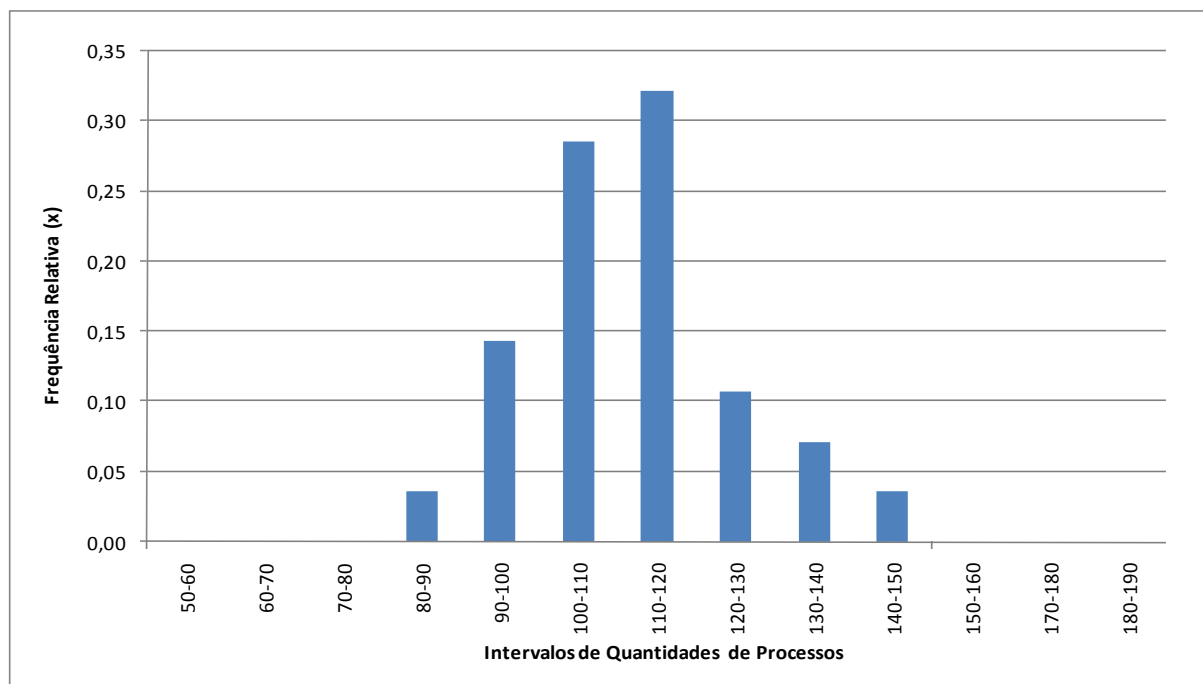


Gráfico 3: Frequência relativa x intervalo de quantidades de processos

Os questionamentos abaixo foram feitos e, com base nos dados obtidos, respondidos:

- a) Qual a probabilidade de um processo chegar ao sistema e não ter que esperar para o seu tratamento ?

$P(0) = 1 - \lambda/\mu = 1 - 115,32/120 = 1 - 0,961 = 3,9\%$, que é a probabilidade de não existir nenhum processo no sistema. Ou seja, existe a probabilidade de 3,9% que um processo novo

Após a elaboração de ambos os gráficos acima, foi possível constatar que o gráfico de frequência relativa (Gráfico 2) tem aproximação pela Distribuição de Poisson, conforme o Gráfico 4.

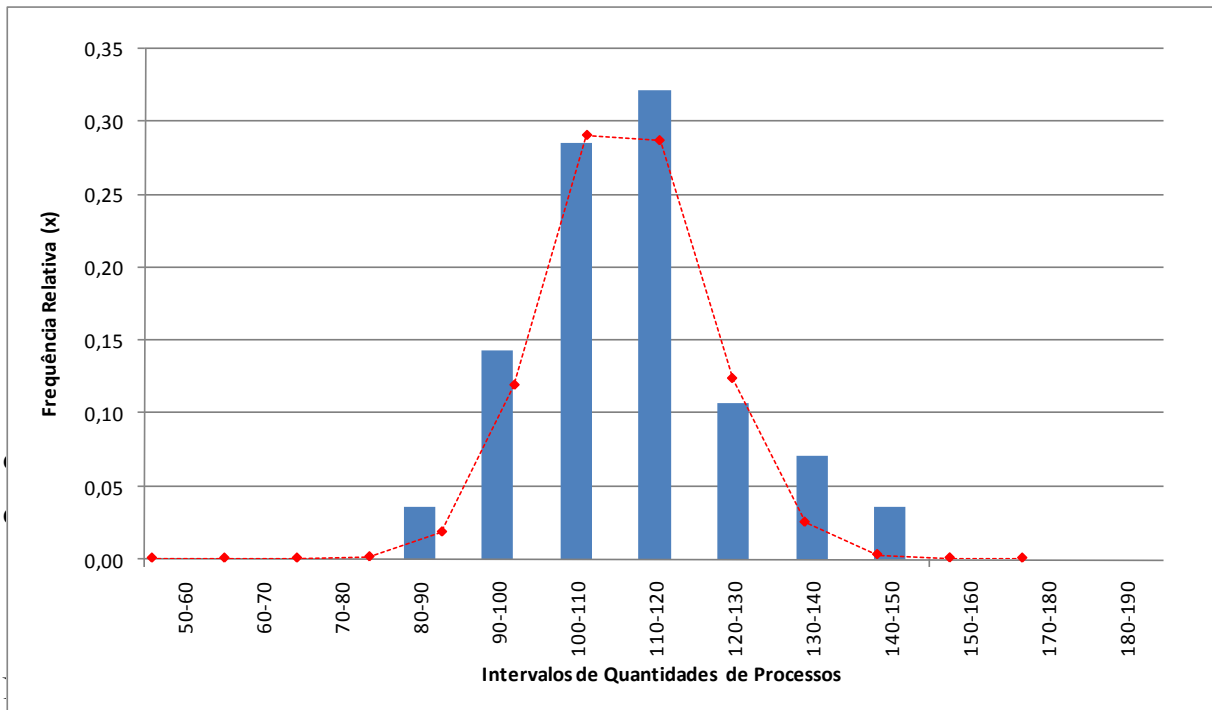


Gráfico 4: Relação da Distribuição de Poisson com a frequência relativa

Baseando-se no Gráfico 4, a teoria de filas foi aplicada, obtendo os seguintes resultados a seguir.

3.3 Resultados e discussões

Abaixo estão os resultados obtidos com a aplicação da teoria das filas no setor de tratamento de processos de fiscalização do CREAPR.

a) Qual é o tempo dos processos na fila (TF)?

Os processos são entregues em lotes semanais, toda sexta ou segunda-feira de cada semana. Logo, o tempo na fila até o início do seu tratamento é de uma semana (05 dias úteis), já que os agentes de fiscalização executam suas funções diariamente e entregam os processos semanalmente. Quando estes forem tratados, já terão a idade de 05 dias úteis, uma vez que a ordem de tratamento é “primeiro que entra, primeiro que sai”, de modo que os processos fiscalizados em uma segunda-feira serão analisados na segunda-feira da próxima semana, uma vez que teve de aguardar junto aos demais fiscalizados na mesma semana até o momento de ser entregue.

b) Qual o tempo de atendimento (TA)?

$TA = I / \mu = 1 / 24 = 0,04166$ dias $\times 7,5$ horas/dia = 0,31245 horas ou 18,75 minutos. A fórmula apresentada indica o tempo de atendimento do processo, ou seja, o tempo gasto especificamente com cada um dos processos no que diz respeito ao seu tratamento. 24 é a capacidade diária de tratamento e 7,5 é a quantidade de horas de trabalho que representam um dia. Da equação apresentada é obtido o valor de 18,75 minutos gastos por processo, sendo que o levantamento *in loco* apontou para 18,8 minutos, muito próximo do aferido matematicamente.

c) Qual o tempo dos processos no sistema (TS)?

$TS = TF + TA = 5$ dias + 0,04166 dias = 5,04166 dias. O tempo no sistema representa o tempo que foi gasto na fila somado ao tempo gasto no atendimento (tratamento). Este valor também pode ser interpretado como 5 dias e 18,8 minutos.

d) Qual o número de processos no sistema (NS)?

$NS = \lambda \times TS = 23,064 \times (5 \text{ dias} + 0,04166 \text{ dias}) = 116,28$ processos. O sistema, como dito, representa a fila e o tratamento, desse modo, o número de processos no sistema representa o número de processos na fila somado ao número de processos em tratamento. 23,064 é a quantidade diária de chegada de processos (estimativa da média semanal de 115,32) e o tempo

do sistema (TS) é representado por 05 dias (tempo na fila) somados à 0,04166 dias (tempo de tratamento).

e) Qual o número médio de processos na fila (NF)?

$NF = \lambda \times TF = 23,064 \times 5 = 115,32$ processos. Este valor significa que constantemente existem 115,32 processos aguardando para serem tratados. Esta quantia representa o volume semanal de entrega de relatórios de visita por parte dos agentes de fiscalização para tratamento interno, e é o próprio valor obtido do levantamento *in loco*.

f) Qual o número de processos em atendimento (NA)?

$NA = NS - NF = 116,28 - 115,32 \approx 0,961$ processos. Existem também uma segunda equação, apresentada anteriormente, sendo ela $NA = \lambda / \mu = 115,32 / 120 = 0,961$ processos. Em ambas as equações apresentadas, foi constado o valor aproximado de 0,961 processos em tratamento. Este valor é próximo de 1, considerando que esta é a quantidade máxima de processos tratados por vez pela funcionária. Os valores foram coincidentes e isso mostra que os valores obtidos matematicamente estão próximos do real, 1 (um).

g) Qual a taxa de utilização do funcionário (ρ)?

$\rho = \lambda / \mu = 115,32 / 120 = 0,961$ ou 96,1%, isso significa que o funcionário tem 96,1% do seu tempo útil aproveitado no tratamento de processos de fiscalização. Esta equação é a mesma utilizada para o cálculo de NA acima.

3.4 Análise dos resultados

Com base nos resultados acima, foi possível verificar que o trabalho diário do funcionário responsável pelo tratamento inicial dos processos de fiscalização está próximo do limite; ou seja, com apenas 3,9% de seu tempo útil vago. Muito próximo deste ponto, qualquer acréscimo de trabalho, que neste caso seria representado por um aumento no número de fiscalizações, tornaria necessário o auxílio de um outro funcionário nesta fase de tratamento.

Aumentando para dois a quantidade de funcionários nesta fase, a taxa de utilização então seria calculada por $\rho = \lambda / c \mu$, onde c é quantidade de funcionários, desse modo, $\rho = 115,32 / 2 \times$

$120 = 0,4805$ ou 48,05 %. Este valor representa que 02 funcionários em período integral nesta fase estariam ociosos em 51,95% do seu tempo, não sendo interessante esta opção.

Uma outra idéia é um funcionário adicional em meio-período diariamente, neste caso a mesma equação agora seria representada como $\rho = 115,32 / 1,5 \times 120 = 0,6406$ ou 64,06 %. Nesta opção, a taxa de ociosidade cairia para 35,93%, mas isso poderia ser visto como uma oportunidade de aproveitar este funcionário adicional em outro setor no período em que não estivesse tratando processos, de modo que seu aproveitamento fosse maior.

De fato, deve ser tomada alguma atitude o quanto antes no sentido de descentralizar o trabalho inicial de tratamento de processos de fiscalização, de modo que mais funcionários também o tenham como rotina. Esta ação traria maior segurança ao ritmo de trabalho, ao evitar surpresas como uma possível ausência da funcionária atual por tratamento médico, férias ou outro motivo qualquer que resulte em sua ausência. Atualmente, caso isso aconteça, a fase inicial do setor ficaria descoberta e o acúmulo de trabalho seria grande, já que a posição da funcionária analisada constitui-se hoje em um gargalo.

Outro fato que deve ser levado em consideração pela gerência regional do CREAPR, é quanto à demora no tratamento inicial dos processos. Atualmente, como apresentado, eles são tratados inicialmente apenas 05 dias após a sua chegada. Caso fosse implantada uma rotina de entrega dos processos mais constante, o tempo perdido no sistema seria menor. Um exemplo: Considerando-se que a entrega de processos fosse feita duas vezes por semana, na terça e na quinta-feira de cada semana, o tempo na fila cairia à metade, para 2,5 dias. Conseqüentemente o tempo no sistema também cairia, para 2,504166 dias, uma redução da ordem de 50%.

4 CONCLUSÕES

Como exposto anteriormente, a teoria das filas é comumente utilizada para sistemas de filas comuns, sendo elas em um setor de atendimento, filas em aeroportos, filas no estacionamento de um shopping, dentre outras. Também é comum a aplicação desta teoria no setor de manufatura, na maioria absoluta dos casos relacionados a produtos a serem produzidos em uma linha de produção e quantidades de máquinas necessárias para satisfazer a demanda.

A proposta deste trabalho foi aplicar esta teoria ao setor de serviços, mais especificamente no setor de tratamento de processos de fiscalização de um órgão público, neste caso o CREAPR. A teoria mostrou-se válida também para este setor, obtendo resultados coerentes entre os cálculos matemáticos e os dados coletados *in loco*.

O fato determinante para os resultados serem adequados, é que os processos de fiscalização foram considerados como não sendo nada diferentes de um cliente aguardando seu atendimento em uma fila qualquer, ele demanda agilidade e qualidade no serviço. Ou até mesmo se for feita uma analogia entre a quantidade de funcionários que tratam os processos e a quantidade de máquinas em uma linha de produção, vemos a validade e aplicabilidade desta teoria ao setor de serviços. Desse modo, subentende-se que esta teoria também pode ser aplicada em outros órgãos públicos e setores relacionados a serviços, trazendo de fato resultados atualizados e um diagnóstico real da situação do trabalho, bem como suas oportunidades de melhoria.

Os resultados obtidos neste trabalho foram repassados à gerência regional do CREAPR que analisa os dados para decidir sobre a alteração no quadro funcional do conselho, de modo a obter maior agilidade e, desse modo, prestar serviços de maior qualidade a comunidade que deles necessitam.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COSTA, Luciano Cajado. **Teoria das Filas e Simulação**. Disponível em: <www.deinf.ufma.br/~mario/grad/filas/TeoriaFilas_Cajado.pdf>. Acesso em: 25 março 2007

DAVIS, M. N.; AQUILANO N. J.; CHASE, R. B. **Fundamentos da Administração da Produção**. 3ª Edição. Porto Alegre: Bookman, 2001.

MCCLOSKEY, J. F.; TREFETHEN, F. N. **Pesquisa Operacional Como Instrumento de Gerência**. São Paulo: Edgard Blücher, 1956.

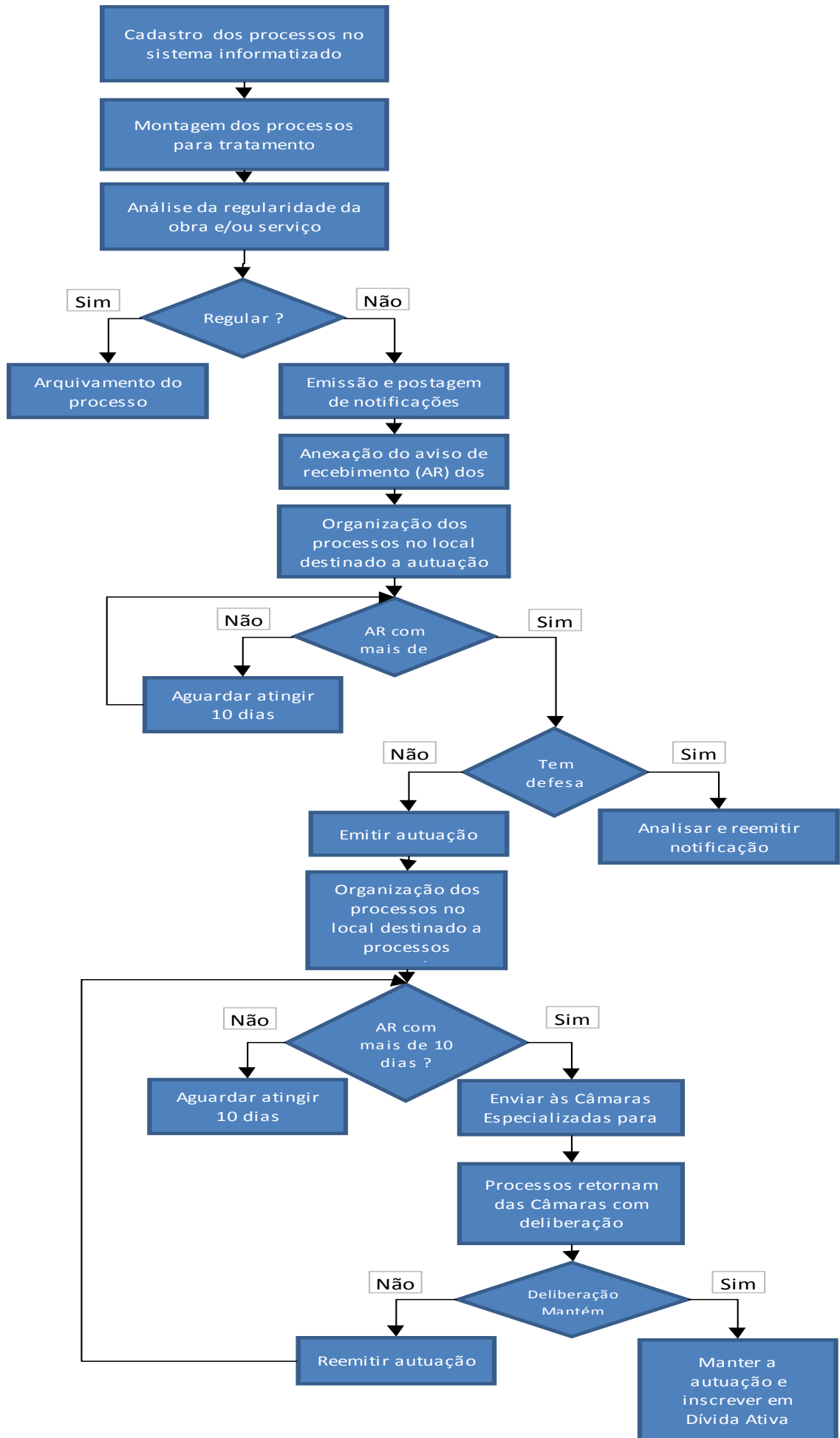
MIRSHAWKA, Victor. **Pesquisa Operacional**. II vol. São Paulo: Nobel, 1980.

MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2004.

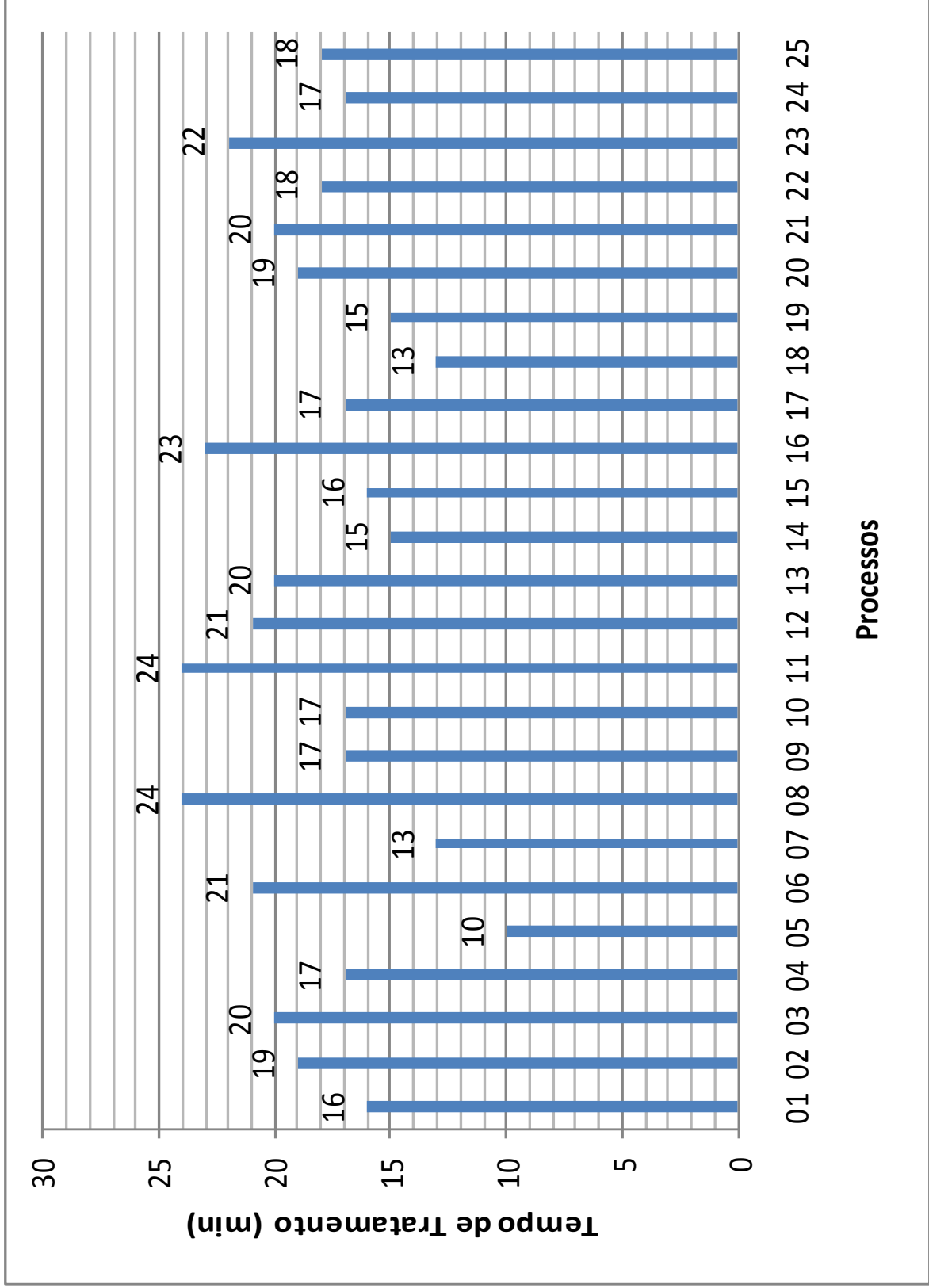
PRADO, Darci Santos do. **Teoria das Filas e Simulação**. 2. ed. Belo Horizonte: INDG, 2004.

SLACK, N.; CHAMBER S.; JOHNSTON, R. **Administração da produção**. São Paulo: Editora Atlas, 2002.

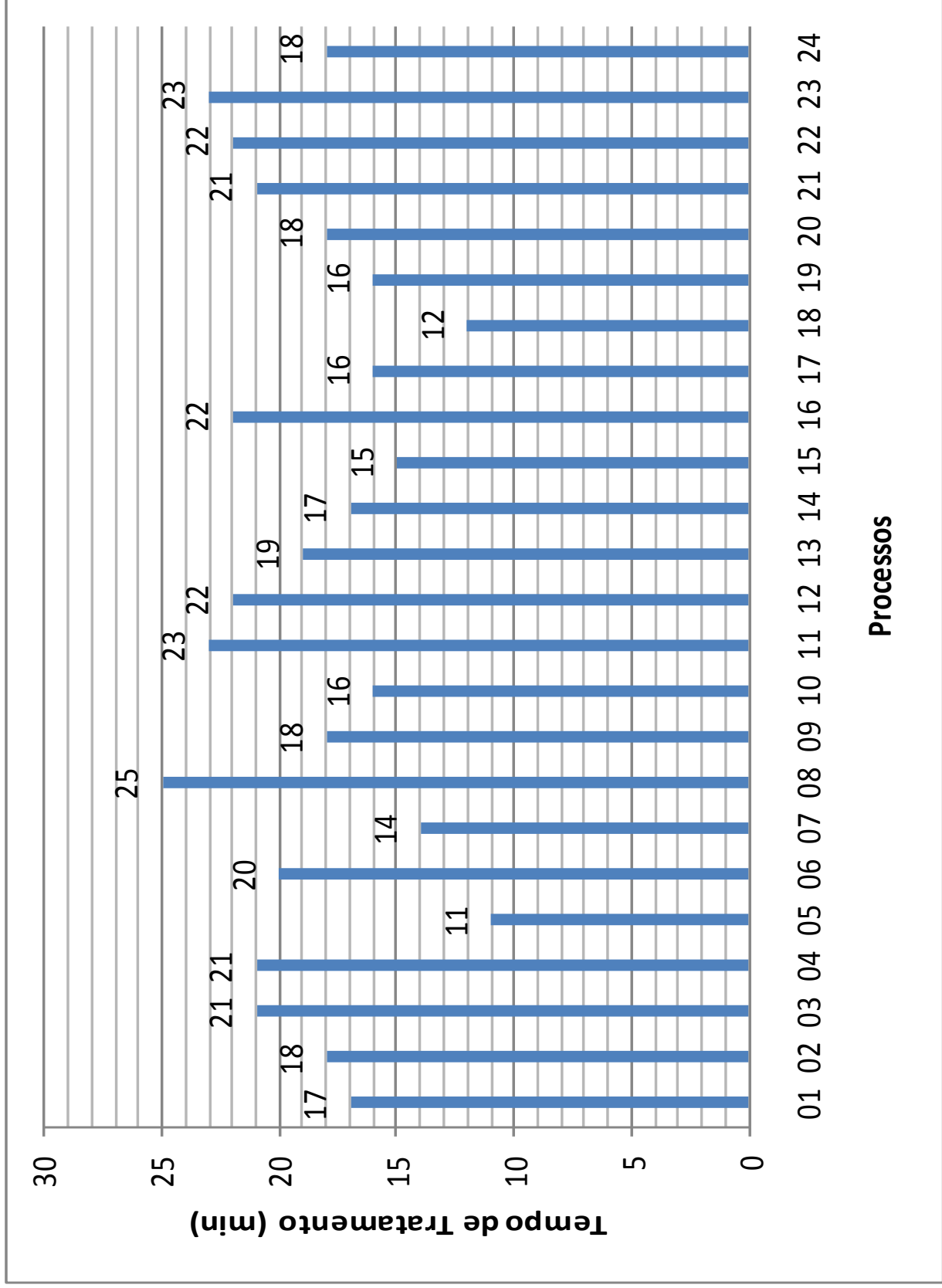
APÊNDICE A: Fluxograma completo de análise de processos



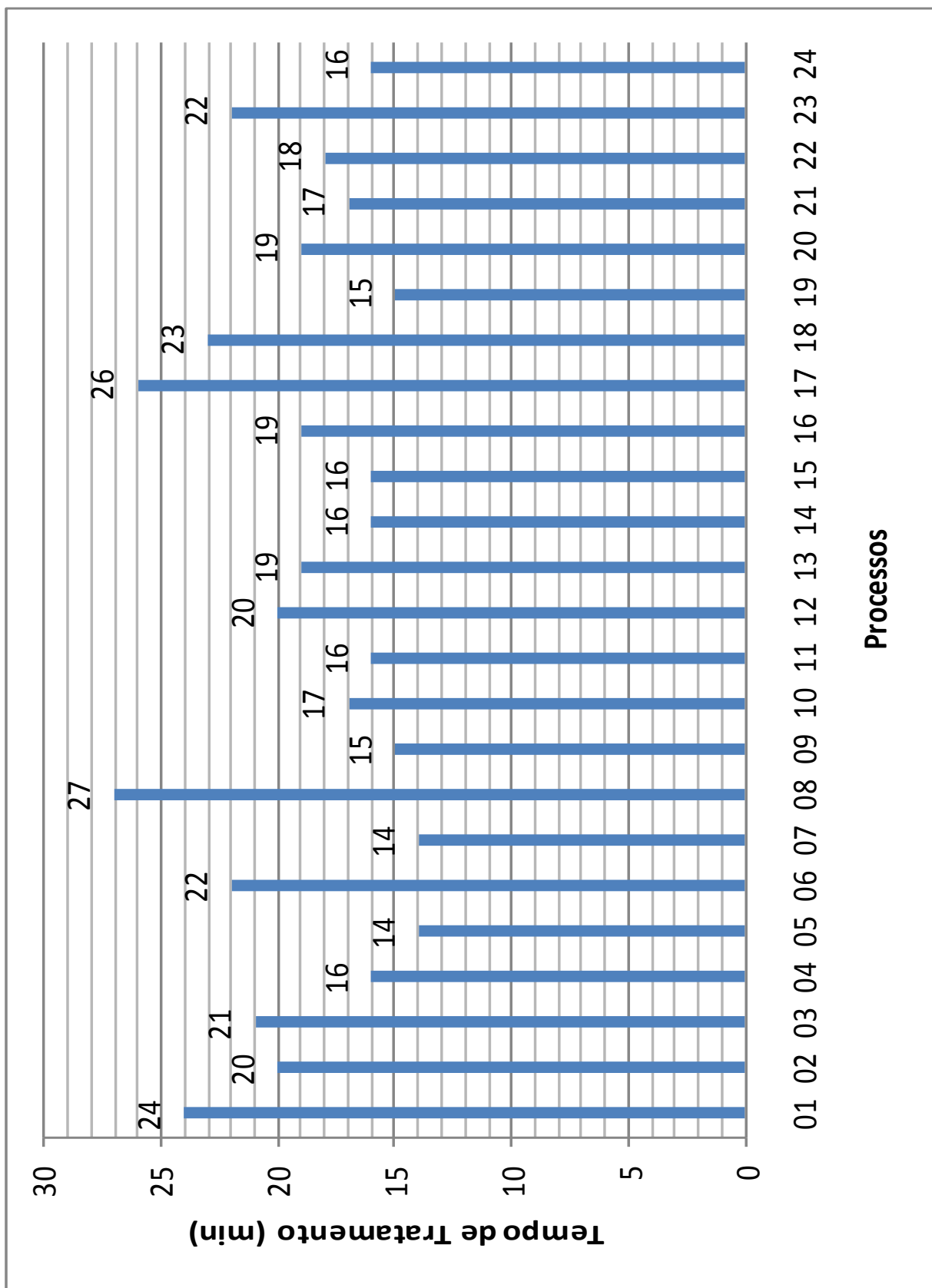
**APÊNDICE B: Tempos de tratamento dos processos no 1º
dia analisado**



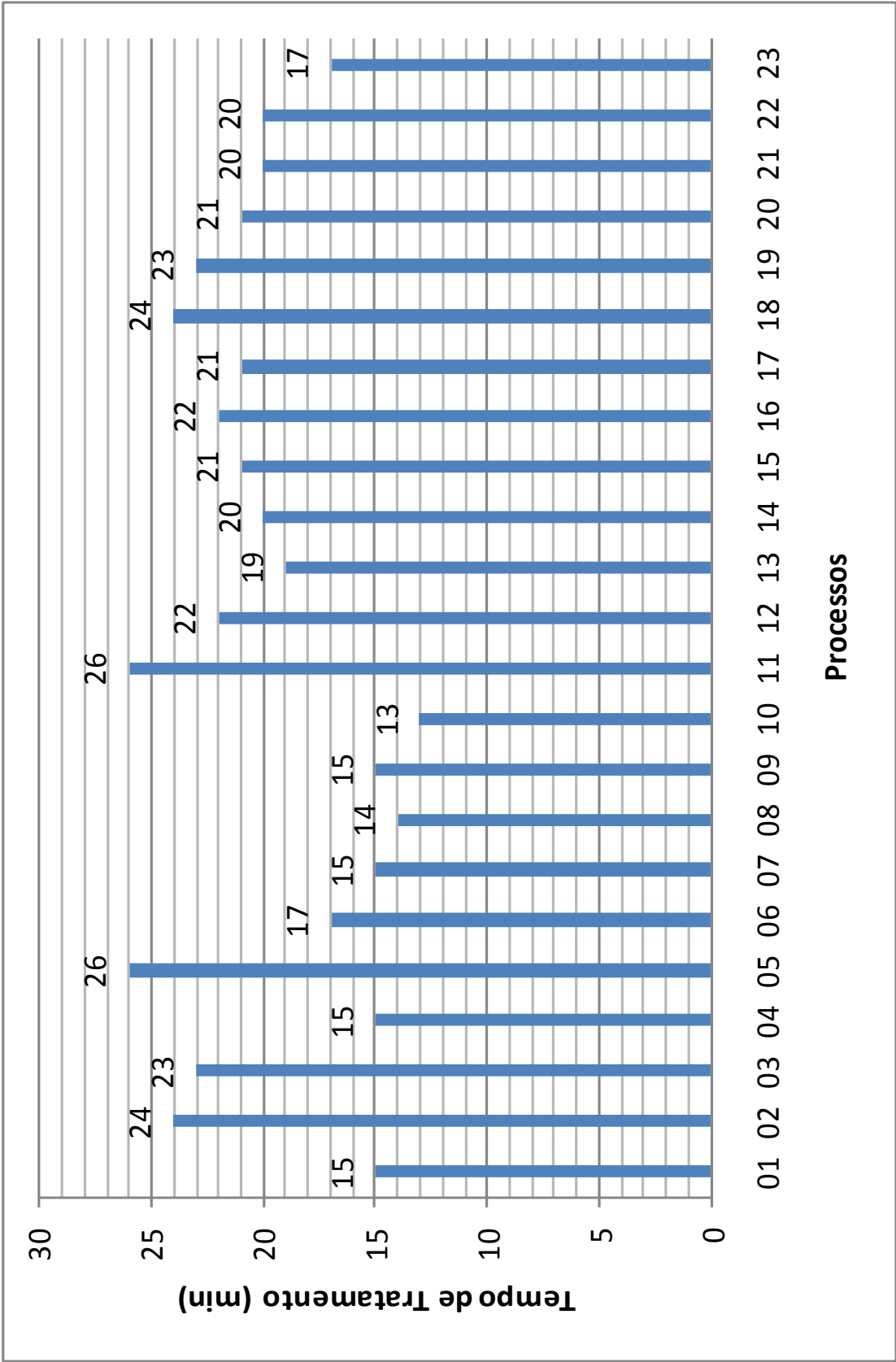
**APÊNDICE C: Tempos de tratamento dos processos no 2º
dia analisado**



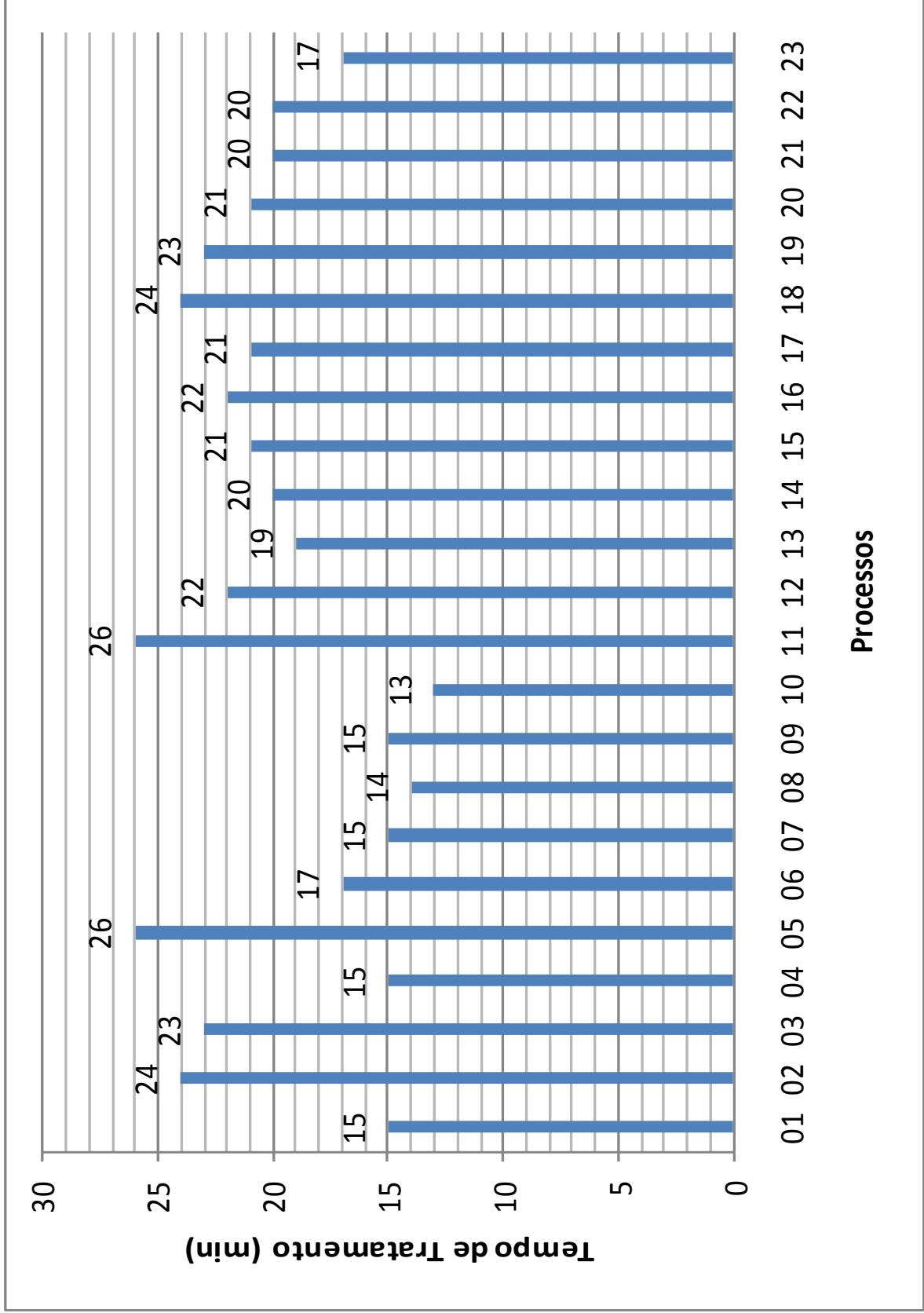
**APÊNDICE D: Tempos de tratamento dos processos no 3º
dia analisado**



**APÊNDICE E: Tempos de tratamento dos processos no 4º
dia analisado**



**APÊNDICE F: Tempos de tratamento dos processos no 5º
dia analisado**



**Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Informática
Curso de Engenharia de Produção
Av. Colombo 5790, Maringá-PR
CEP 87020-900**

Tel: (044) 3261-4324 / 4219 Fax: (044) 3261-5874