Universidade Estadual de Maringá
Centro de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção
Curso de Engenharia de Produção

Análise Comparativa de Ferramentas para Resolução de Problemas de Otimização Linear em Engenharia de Produção

William Fabris Araujo

TCC-EP-65-2009

Maringá - Paraná
Brasil

Universidade Estadual de Maringá
Centro de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção
Curso de Engenharia de Produção

Análise Comparativa de Ferramentas para Resolução de Problemas de Otimização Linear em Engenharia de Produção

William Fabris Araujo

TCC-EP-65-2009

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia de Produção, do Centro de Tecnologia, da Universidade Estadual de Maringá.
Orientador(a): Prof.(a): Gislaine Camila Lapasini Leal

Maringá - Paraná
2009

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por ter me dado forças para concluir a graduação.

À minha família que me proporcionou a base para superar dificuldades, dando-me subsídios para que este projeto se realizasse.

À minha orientadora, em especial, Camila Lapasini Leal, por sua paciência e dedicação para comigo no desenvolvimento deste trabalho. Sem ela, esta monografia não se realizaria por completo.

A todos os professores da Universidade Estadual de Maringá que contribuíram para minha formação.

Aos amigos que estiveram presente durante meu período de formação, em especial (Crystian Leonardo Paintner, Casimiro Beleze e Humberto Schiavon Filho), companheiros de vários trabalhos e momentos de alegria e a todos da turma de 2005 com ênfase em software. Estes e outros amigos são pessoas que valeram a pena conhecer e que fazem parte da minha história.

RESUMO

O presente trabalho apresenta algumas ferramentas que resolvem problemas de programação linear e com isso realiza uma análise comparativa entre elas segundo alguns critérios. O enfoque será feito em problemas relacionados ao contexto de engenharia de produção, mostrando situações vividas por pessoas da área e provando que existem boas soluções em software para problemas de otimização. A análise tem por objetivo apresentar os pontos fortes e fracos de cada uma das ferramentas, tanto em relação aos resultados alcançados como também no que diz respeito a usabilidade.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EP	Engenharia de Produção
LABPL	Laboratório de Programação Linear
MPL	*Mathematical Programming Language*
PL	Programação Linear
P.O	Pesquisa Operacional

1 INTRODUÇÃO

Segundo Bittencourt (*apud* Ehrlich 2003): pesquisa operacional “é uma metodologia de estruturar processos aparentemente não estruturados por meio da construção de modelos. Utiliza um conjunto de técnicas quantitativas com o intuito de resolver os aspectos matemáticos dos modelos”.

O termo pesquisa operacional surgiu na Inglaterra como *Operational Research*, nos Estados Unidos como “*Operations Research*”, “Investigação Operacional” em Portugal e “*Investigación Operativa*” nos países hispânicos. Essa ferramenta foi utilizada pela primeira vez em 1938 para designar o estudo sistemático de problemas estratégicos decorrentes de operações militares realizadas na época.

Podemos dizer de forma mais abrangente que pesquisa operacional é um enfoque científico e tecnológico sobre tomada de decisão, sendo chamada também de ciência e tecnologia de decisão. O componente científico relaciona-se a idéias e processos para articular e modelar problemas de decisão, determinando os objetivos do tomador de decisão e as restrições sob as quais de deve operar. Também está relacionado a métodos matemáticos para otimizar sistemas numéricos resultantes da utilização de dados no modelos. O componente tecnológico refere-se a ferramentas de software e hardware para coletar e comunicar dados, e organizar esses dados, usando-os para gerar e otimizar modelos e reportar resultados, ou seja, a pesquisa operacional está se tornando um importante elemento nas metodologias de tecnologia da informação. (Arenales *et*. al, 2007, p. 3).

Nas indústrias e empresas, os problemas de otimização apresentam algumas características como múltiplas medidas de desempenho que devem ser otimizadas simultaneamente, variáveis inteiras e reais co-existentes num mesmo problema, envolvimento de abordagens qualitativas, metodologias para se produzir um produto e preferências dos projetista, os custos computacionais elevados devido a presença de diversas soluções ótimas e a dificuldade de se desenvolver modelagens para os problemas existentes (Leal, 2007, p. 17).

Além disto, a engenharia de produção utiliza a otimização na tomada de decisão para se obter um melhor resultado, buscando utilizar da melhor forma possível os recursos disponíveis tais como pessoas, materiais e ferramentas. "A engenharia de produção apresenta um considerável número de aplicações como por exemplo: escalonamento *job-shop*, seqüenciamento de tarefas, escalonamento flexível, dimensionamento de lotes, seqüenciamento de lote, controle de processos, planejamento de seqüência de montagem, balanceamento de linhas de montagem, planejamento e projeto de produtos, agrupamento de máquinas em células, layout de células na planta, layout das máquinas com as células, problema de corte e empacotamento, despacho de energia elétrica, logística, entre outros". (Leal, 2007, p. 18).

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

O objetivo desta monografia é avaliar algumas ferramentas de programação linear para modelagem de problemas clássicos de engenharia de produção, tais como: mistura, transporte, planejamento da produção e programação de projetos.

1.1.2 Objetivos específicos

- Identificar ferramentas para resolução com programação linear;
- Selecionar alguns problemas do contexto da Engenharia de Produção;
- Resolver os modelos clássicos da EP usando as ferramentas;
- Definir critérios para comparar as ferramentas em relação aos recursos disponíveis, usabilidade e resultados alcançados.

1.2 Organização do Trabalho

Este trabalho encontra-se estruturado em quatro capítulos. O Capítulo 2 apresenta os conceitos que serviram como base para a elaboração do trabalho. O Capítulo 3 aplica os problemas clássicos de Engenharia de Produção escolhidos às ferramentas e apresenta a análise feita dos softwares com diferentes critérios. Por fim, no Capítulo 4 são apresentadas as considerações finais.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Programação Linear

Segundo Puccini (1972, p. 38), os problemas de programação linear referem-se à distribuição eficiente de recursos limitados entre atividades competitivas, com a finalidade de atender a um determinado objetivo, por exemplo, maximização de lucros ou minimização de custos. Em se tratando de programação linear, esse objetivo será expresso por uma função linear, a qual dá-se o nome de função objetivo.

É claro que é necessário dizer quais atividades que consomem cada recurso, e em que proporção é feito esse consumo. Essa informação será fornecida por equações ou inequações lineares, uma para cada recurso. O conjunto dessas equações ou inequações lineares dá-se o nome de restrições do modelo.

A Equação (1) apresenta um modelo de maximização:

$$MAX\_Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \quad (1)$$

Sabendo-se que $x_1, x_2, ..., x_n$ devem satisfazer as seguintes restrições:

$$\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ...a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ...a_{2n}x_n \leq b_2 \\ .... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ...a_{mn}x_n \leq b_m \end{array} \quad (2)$$

e que

$$x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0;\ ...;\ x_n \geq 0; \quad (3)$$

Pode-se apresentar este modelo de forma mais compacta, ou seja:

Maximizar $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ sujeito às restrições $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i = 1,2,3....,m)$

e

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1,2,3....,n)$$

Este modelo pode ser associado a uma empresa que tem m recursos disponíveis para realização de n atividades. O b_i seria a quantidade de recursos i disponíveis para as n atividades, x_j seria o nível de produção da atividade j (x_j são as incógnitas do problema), c_j o lucro unitário do produto j, a_{ij} a quantidade do recurso i consumida na produção de uma unidade do produto j.

Verifica-se então, que a função objetivo a ser maximizada representa o lucro total da empresa nessas n atividades. As m restrições informam que o total gasto de recursos i nas n atividades tem de ser menor ou, no máximo ,igual à quantidade b_i, disponível daquele recurso.

As restrições $x_j \geq 0$ eliminaram a possibilidade de níveis negativos para as diversas atividades. Geralmente, existem inúmeras maneiras de distribuir os escassos recursos entre as diversas atividades, bastando para isso que essas distribuições sejam coerentes com as equações de consumo de cada recurso, ou seja, que elas satisfaçam as restrições do problema. Entretanto, deseja-se achar aquela distribuição que satisfaça as restrições do problema e que alcance o objetivo desejado, isto é, que maximize o lucro ou minimize os custos. Essa solução é chamada de solução ótima (Puccini, 1972).

A modelagem matemática é a representação do mundo real em um ambiente controlado. Conforme a quantidade de restrições for adicionada à modelagem, maior será a exigência de processamento, aumentando a complexidade da solução. Deve ser feita uma análise das restrições do problema para se encontrar as restrições críticas (aquelas que realmente influenciam no resultado final) para se diminuir essa complexidade.

Atualmente, a modelagem matemática pode ser estruturada através de softwares os quais possuem um poder de processamento forte o que possibilita modelar problemas de forma específica, com mais detalhes e obter respostas mais confiáveis com menor tempo possível.

2.2 Problemas de Engenharia de Produção

O processo de otimização entre as empresas vem ganhando conhecimento à medida que a competitividade se torna cada vez mais acirrada. O engenheiro de produção deve buscar a melhor forma de gerenciar os recursos disponíveis, visto que os mesmos são escassos, para obter resultados satisfatórios. No cotidiano, o engenheiro de produção se depara com problemas clássicos tais como: problemas de mistura, problema de transporte, transbordo e designação, problemas de planejamento da produção, problemas de programação de projetos, problemas de corte e empacotamento, entre outros.

2.2.1 Problemas de Mistura

“Os problemas deste tipo consistem em combinar materiais obtidos na natureza (ou resto de outros já combinados anteriormente) para gerar novos materiais e produtos, com características convenientes. Estão entre os primeiros problemas de otimização linear implementados com sucesso na prática” (Arenales *et*. al, 2007, p. 15).

Em fábricas de rações, são utilizados diferentes tipos de alimentos ou farinha de restos de alimentos como o milho, soja, farinha de osso entre outros para a produção de um determinado tipo de ração que contenha uma quantidade específica de proteína, carboidratos, cálcio e outros nutrientes. O problema de otimização em rações surge para escolher qual ingrediente é mais vantajoso em termos de custo e que ofereça a qualidade desejada em se tratando de valor nutricional.

2.2.2 Problemas de Transporte, Transbordo e Designação

“Esses problemas referem-se, por exemplo, ao transporte ou distribuição de produtos dos centros de produção aos mercados consumidores. Os produtos podem ser os mais variados possíveis: petróleo, equipamentos, máquinas, produção agrícola, energia elétrica etc. O problema consiste em transportar os produtos do centro de produção aos mercados consumidores de modo que o custo total de transporte seja o menor possível. Considera-se, geralmente, que as quantidades produzidas ou ofertadas em cada centro e as quantidades demandadas em cada mercado consumidor são conhecidas. O transporte deve ser efetuado respeitando-se as limitações de oferta e atendendo à demanda" (Arenales *et*. al, 2007, p. 21).

O termo transbordo se refere a redistribuição de carga entre transportadores (caminhões, trens, meios de transporte em geral). Esses podem ser coletores maiores ou menores do que o distribuidor inicial. O objetivo final de problemas de transbordo é maximizar a distribuição das cargas entre os transportadores disponíveis de forma a diminuir os custos de transporte.

Já os problemas de designação têm o intuito de elencar atividades de acordo com a necessidade prevista. A pesquisa operacional tenta solucionar esse problema procurando encontrar a melhor solução usando a disposição das atividades disponíveis (atores) com as tarefas as quais devem ser realizadas.

2.2.3 Problemas de Planejamento da Produção

"A classe de problemas de planejamento e programação da produção é bastante ampla, e vários desses problemas podem ser modelados por meio de otimização linear" (Arenales *et*. al, 2007, p. 26). O mix de produção é um fator relevante, ou seja, em uma fábrica com vários tipos de produtos, surge a necessidade de se saber o que fabricar, quanto fabricar dos produtos para se ter um bom retorno financeiro.

Outro problema é o de dimensionamento de lotes. "Empresas de manufatura em geral, fabricam diversos tipos de produtos solicitados por diferentes clientes, muitas vezes em grandes quantidades, os quais devem estar prontos para entrega em diferentes datas previamentes agendadas. Como as fábricas têm capacidade de produção limitada, é necessário planejar a produção, ou seja, decidir o que e quanto produzir (em outras palavras, dimensionar os lotes de produção).

No planejamento da produção, deseja-se determinar o tamanho dos lotes de produção, para atender a demanda na data solicitada e de modo que a soma dos custos de produção e estocagem seja mínima" (Arenales *et*. al, 2007, p. 29).

Portanto a função objetivo é maximizar a margem de contribuição dos produtos envolvidos. O primeiro conjunto de restrições é a fabricação dos produtos os quais deve levar em conta a capacidade limitada dos recursos. O segundo conjunto de restrições são as quantidades de produtos produzidos os quais não devem ser inferiores à mínima e nem superior à máxima preestabelecida.

2.2.4 Problemas de Programação de Projetos

Neste tipo de problema é abordado uma ordem de atividades que devem ser executadas e o intuito da solução é determinar o menor tempo necessário para que todas as atividades sejam concluídas levando em consideração a flexibilidade de inicio das atividades.
Um fator relevante na programação de projetos é a escassez de recursos. Isso faz com que sejam tomadas decisões de acordo com a disponibilidade dos mesmos para a execução das tarefas. A pesquisa operacional faz com que sejam analisados não só os recursos, mas também os prazos de entrega, tempo de execução entre outras restrições para elaborar uma melhor solução para este tipo de problema.

2.2.5 Problemas de Corte e Empacotamento

Problemas de corte consistem em otimizar cortes de peças maiores, disponíveis em estoque, para a produção de peças menores, em quantidades encomendadas. Esses problemas podem ser tratados com programação linear para se definir possíveis padrões de corte. As variáveis de decisão representam o número de vezes que as peças maiores são cortadas. Esses processos de corte geram perdas de materiais indesejáveis. Surge, então, um problema de otimização que consiste em cortar os objetos para a produção de itens nas quantidades solicitadas, de modo que a perda de material dos objetos sejam mínimas (Arenales *et*. al, 2007, p. 39). Desta forma, se pode definir o problema de empacotamento, em que itens devem ser alocados em objetos (por exemplo, contêineres como na Figura 1) de modo que o espaço vazio dos objetos seja minimizado.

Algumas exemplos são: corte de bobinas de aço, bobinas de papel, chapas de madeira, de metal, de vidro etc. Problemas de carregamento de contêineres de navios, caminhões e vagões de trens são alguns exemplos práticos de problemas de empacotamento, 'similares' aos problemas de corte em sua formulação e resolução.

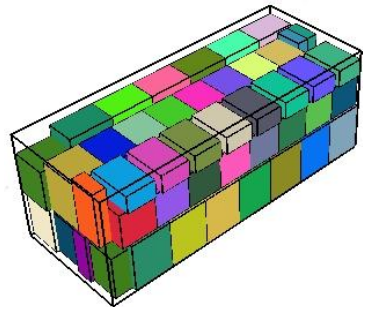


Figura 1 – Exemplo de Contêiner

Fonte: [MIYAZAWA, 2009]

2.3 Ferramentas

O engenheiro de produção além de avaliar os problemas gerados pelos processos desenvolvidos dentro de uma fábrica, possui também a tarefa de tomar decisões para atingir os resultados esperados. A utilização de sistemas de informação como ferramenta de otimização agiliza o processamento das atividades envolvidas, cria maior controle das variáveis dos sistemas e garante maior credibilidade das informações.

Serão abordados neste trabalho cinco ferramentas que utilizam programação linear para resolução de problemas. Foram escolhidas ferramentas gratuitas pela facilidade de acesso a essas ferramentas já que não possuem nenhum custo adicional para o engenheiro ou empresa que necessite de otimização de processos.

2.3.1 Calc

Inicialmente desenvolvido pela *StarDivision* e posteriormente adquirida pela *Sun Microsystems*, essa ferramenta se assemelha com a ferramenta da Microsoft, o Excel (Microsystem, 2009).

O Calc possui uma ferramenta interna, o *solver*, o qual permite a simulação de problemas lineares ou não e retorna os resultados de forma fácil ao usuário. Para a modelagem, o usuário se depara com uma interface intuitiva, o que facilita a manipulação da ferramenta. A interface do software Calc é mostrada na Figura 2.

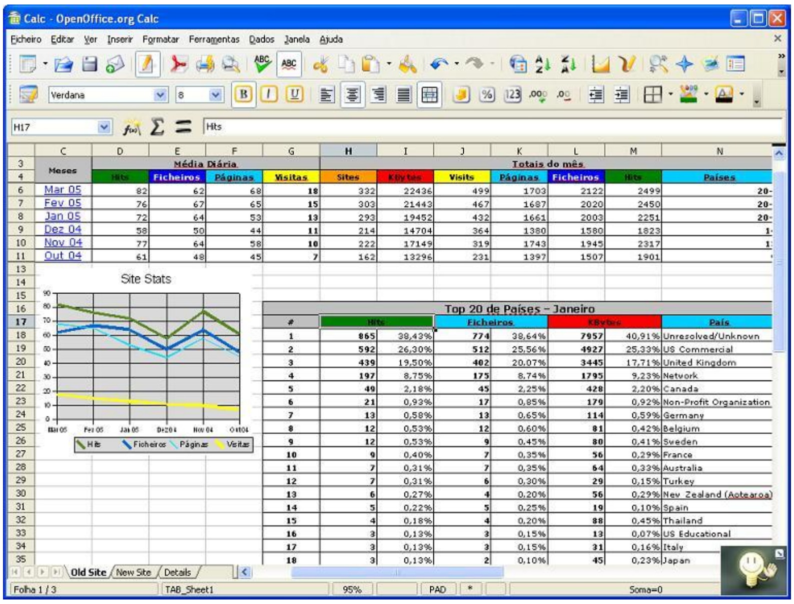


Figura 2 – Planilha desenvolvida na ferramenta Calc.

2.3.2 MPL (*Mathematical Programming Language*)

Desenvolvido pela Maximal Software, o MPL (Linguagem de Programação Matemática) é um sistema de modelagem avançado que permite modelar complicados sistemas de modo claro, conciso e de forma eficiente (SOFTWARE).

O MPL utiliza notação natural algébrica o que faz o usuário ter maior facilidade na criação das expressões, melhor comunicação com a ferramenta tornando assim o processo de modelagem mais poderoso.

Atualmente o MPL é o mais rápido e um dos mais escalonáveis existentes no mercado. Fácil para resolução dos problemas com suporte a um numero grande de valores de variáveis e trabalha com alguns dos melhores *solvers* existentes como o CPLEX e XPRESS (SOFTWARE).

Na Figura 3 se pode observar o *layout* da ferramenta, com a área para se inserir a notação algébrica natural.

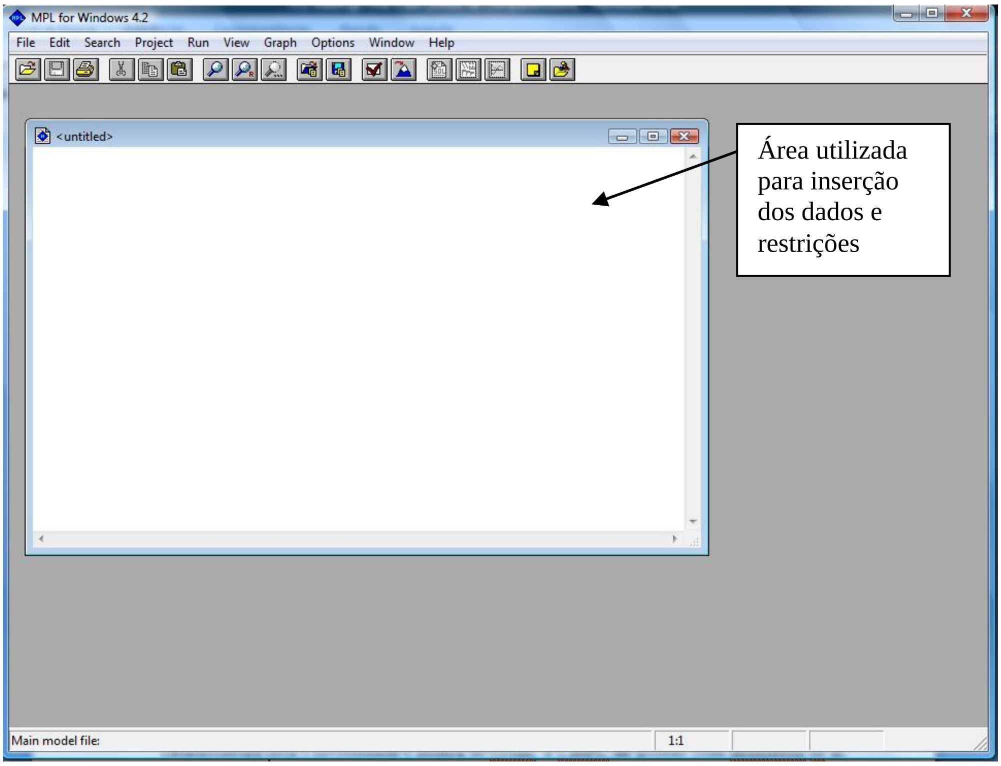


Figura 3 – Área de trabalho do MPL para Windows.

2.3.3 LabPl

Desenvolvida pela Universidade Católica de Goiás, o LabPL de acordo com Bornstein *et al*. (2009) tem o objetivo de disponibilizar algoritmos e aplicações que envolvem modelos de programação linear e contribuir com o processo de ensino e aprendizagem em programação linear. Os algoritmos utilizados no site são resultado de estudos e análise dos alunos e professores, enquanto que as aplicações são de natureza prática geradas por parcerias e empresas interessadas. Na Figura 4 é mostrado a página principal do LabPL e na Figura 5 a área de trabalho para resolução dos problemas.

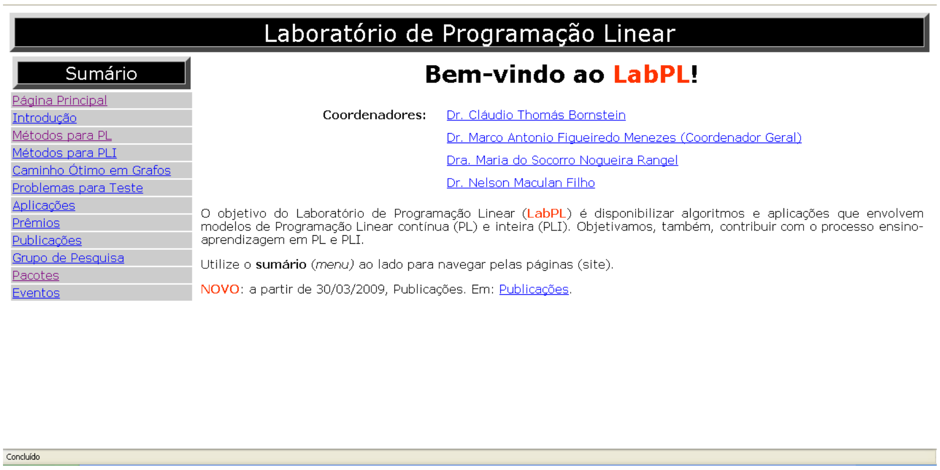


Figura 4 – Página online do LabPL.

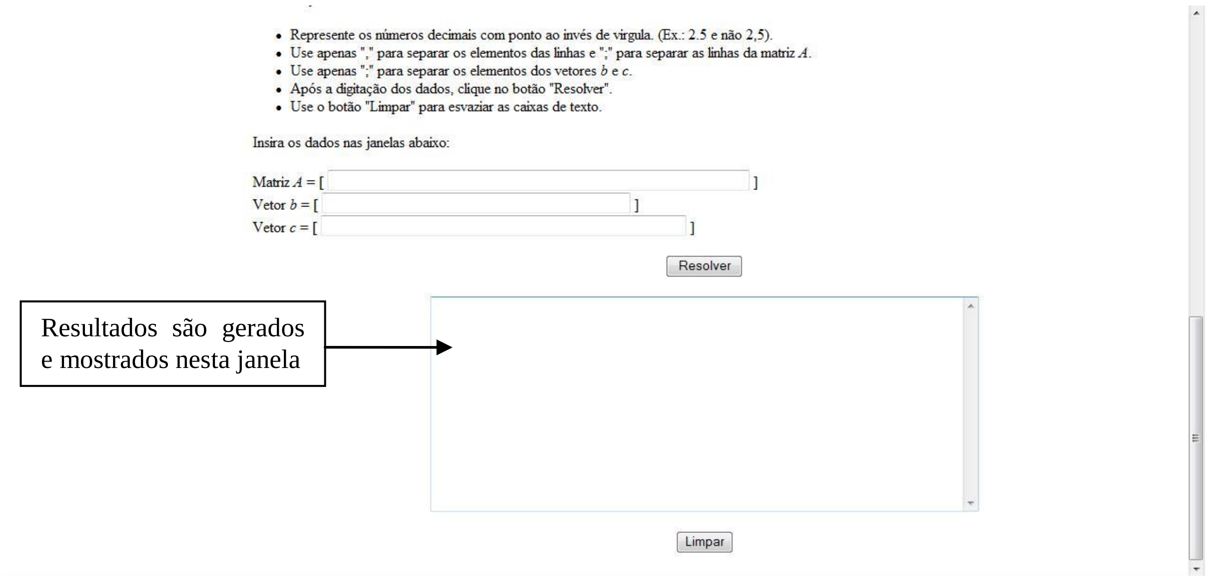


Figura 5 – Página online do LabPL (Resolução online).

2.3.4 Tora

O TORA é uma ferramenta de modelagem com recursos para PL desenvolvido por Hamdy A. Taha. A ferramenta possui um menu com funções pré definidas (característica diferente das ferramentas com linha de comando), o que facilita ao usuário na escolha de qual tipo de problema será executado no programa, agilizando a manipulação dos dados para a modelagem.

Essa ferramenta não é muito conhecida e nem divulgada em sites e instituições de ensino o que torna difícil encontrar críticas e análises a respeito da mesma. Assim, será interessante estudar o comportamento desta ferramenta para esclarecer dúvidas e conceitos condizentes a este software. A Figura 6 mostra com mais detalhes a interface do software.

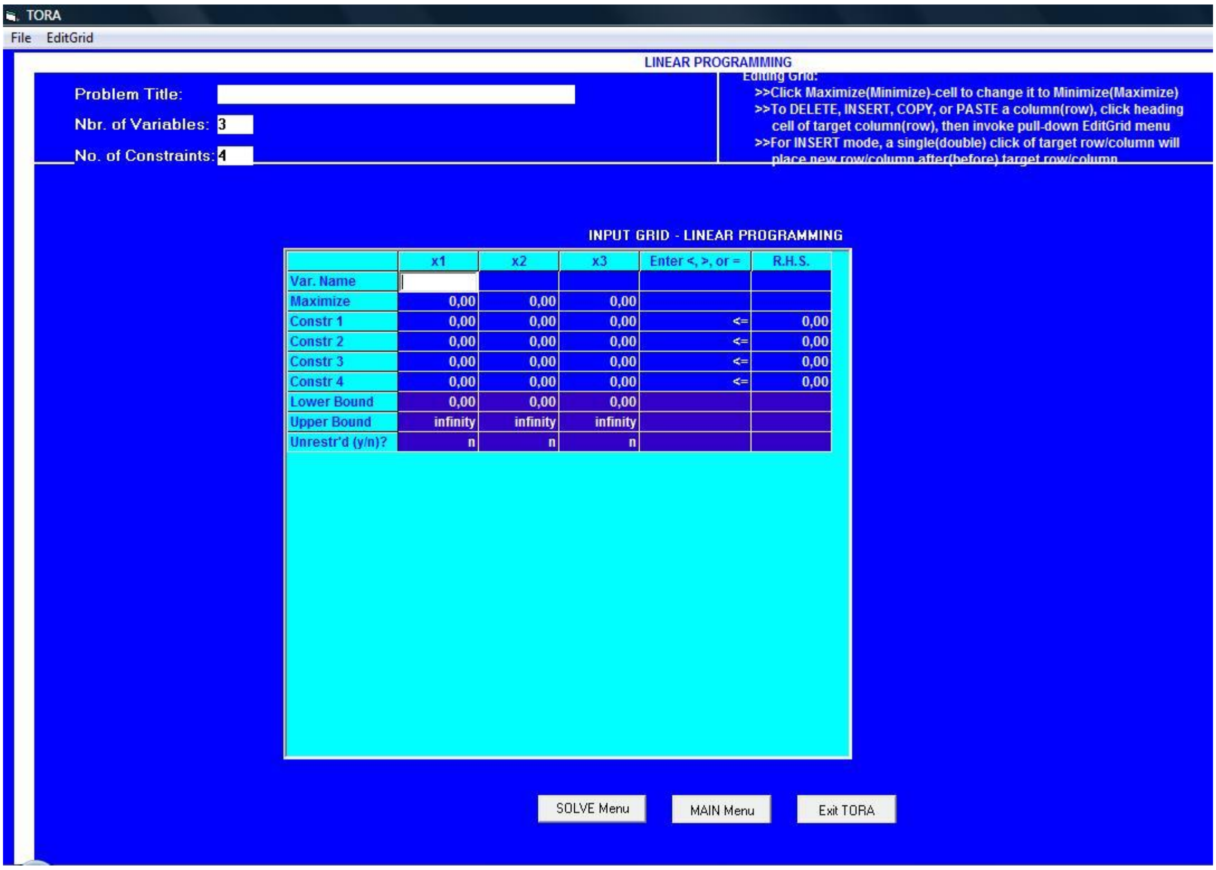


Figura 6 – Interface da ferramenta Tora

3 APLICAÇÃO DOS PROBLEMAS ÀS FERRAMENTAS

Com as ferramentas apresentadas na seção anterior (Calc, MPL, LabPl e Tora), se faz necessário a escolha dos problemas em si para avaliarmos as ferramentas.

Cada problema será resolvido com as diferentes ferramentas e analisado de forma crítica quanto aos aspectos gerais dos softwares. O objetivo é avaliá-las para se ter uma opinião a respeito das mesmas para resoluções de diferentes problemas.

Problema 1 – Mistura

Um problema que envolve o tema mistura é, por exemplo, a elaboração de uma dieta, onde pessoas devem consumir determinadas quantidades de vitaminas de alguns tipos de alimentos de forma que o custo desses alimentos sejam o mínimo possível.

Suponha que o Governo Federal tenha feito uma pesquisa numa comunidade desfavorecida no interior do Brasil e tenha identificado uma série de doenças desencadeadas especialmente devido a deficiência de vitaminas A e C, cálcio e ferro. A falta de vitamina A provoca problemas de visão e falta de defesa contra as infecções, enquanto a falta de vitamina C provoca inflamações gengivais e perda dos dentes. A falta de cálcio provoca espasmos musculares e tendência a osteoporose. Finalmente, a falta de ferro provoca anemia, comprometimento da capacidade de aprendizado e diminuição do rendimento do trabalho.

O Governo subsidia a venda de uma série de alimentos como arroz, feijão, carne bovina e açúcar. Sabemos que os alimentos subsidiados possuem os nutrientes que estão faltando no cardápio das pessoas, conforme podemos observar na tabela abaixo.

Tabela 1: Dados para a resolução do problema da mistura

Item	*Unidade*	*Necessidade Diária*	*Composição por 100 gramas*					
			Carne	Arroz	Feijão	Açúcar	Alface	Laranja
Valor Energético	cal	3200	225	364	337	385	15	42
Vitamina A	mcg	750	7	-	2	-	87	13
Vitamina C	mg	70	-	-	3	-	12	59
Ferro	mg	10	2,9	1,3	7,6	0,1	1,3	0,7
Cálcio	mg	650	11	9	86	-	43	34
Preço	R$		0,5	0,18	0,20	0,16	0,30	0,10

Fonte: (COLIN, 2007)

O interesse do Governo é que as pessoas tenham uma dieta equilibrada (que atenda aos valores mínimos dos nutrientes), mas, ao mesmo tempo, que tenha o menor custo possível (COLIN, 2007, p. 9).

Resolução

Função Objetivo: Min $z = 0{,}5x_{carne} + 0{,}18x_{arroz} + 0{,}2x_{feijão} + 0{,}16x_{açucar} + 0{,}3x_{alface} + 0{,}1x_{laranja}$

Sujeito:

$225x_{carne} + 364x_{arroz} + 337x_{feijão} + 385x_{açucar} + 15x_{alface} + 42x_{laranja} \geq 3200$

$7x_{carne} + 2x_{fejão} + 87x_{alface} + 13x_{laranja} \geq 750$

$3x_{feijão} + 12x_{alface} + 59x_{laranja} \geq 70$

$2{,}9x_{carne} + 1{,}3x_{arroz} + 7{,}6x_{feijão} + 0{,}1x_{açucar} + 1{,}3x_{alface} + 0{,}7x_{laranja} \geq 10$

$11x_{carne} + 9x_{arroz} + 86x_{feião} + 43x_{alface} + 34x_{laranja} \geq 650$

$x_{carne}, x_{arroz}, x_{feijão}, x_{açucar}, x_{alface}, x_{laranja} \geq 0$

3.1.1 Resolução em CALC

A Figura 7 mostra como os dados foram dispostos na ferramenta e os resultados que ela gerou.

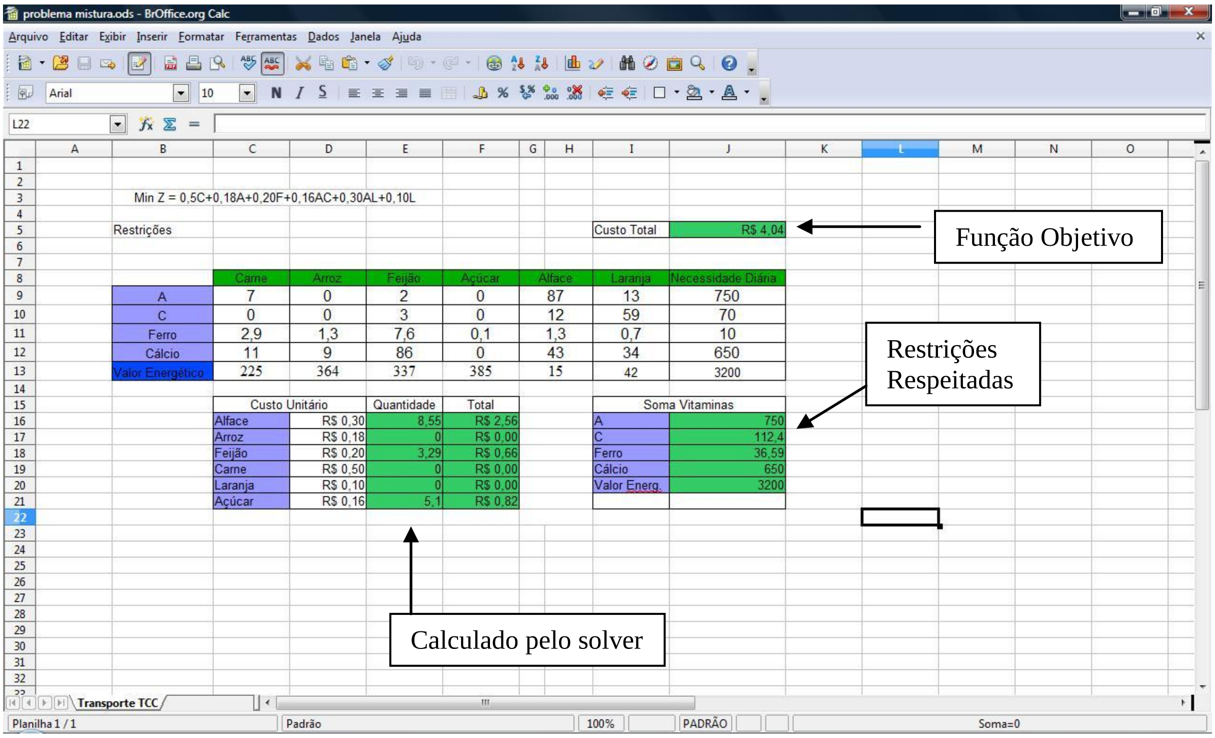


Figura 7 – Planilha desenvolvida em Calc.

Função objetivo encontrada: *R$ 4,04*

Valores das variáveis necessárias: *8,55 mg* de Alface, *0 mg* de Arroz, *3,29 mg* de Feijão, *0 mg* de Carne e Laranja e *5,1 mg* de Açúcar.

3.1.2 Solução em TORA

A Figura 8 mostra os dados inseridos no programa e a Figura 9 os resultados obtidos.

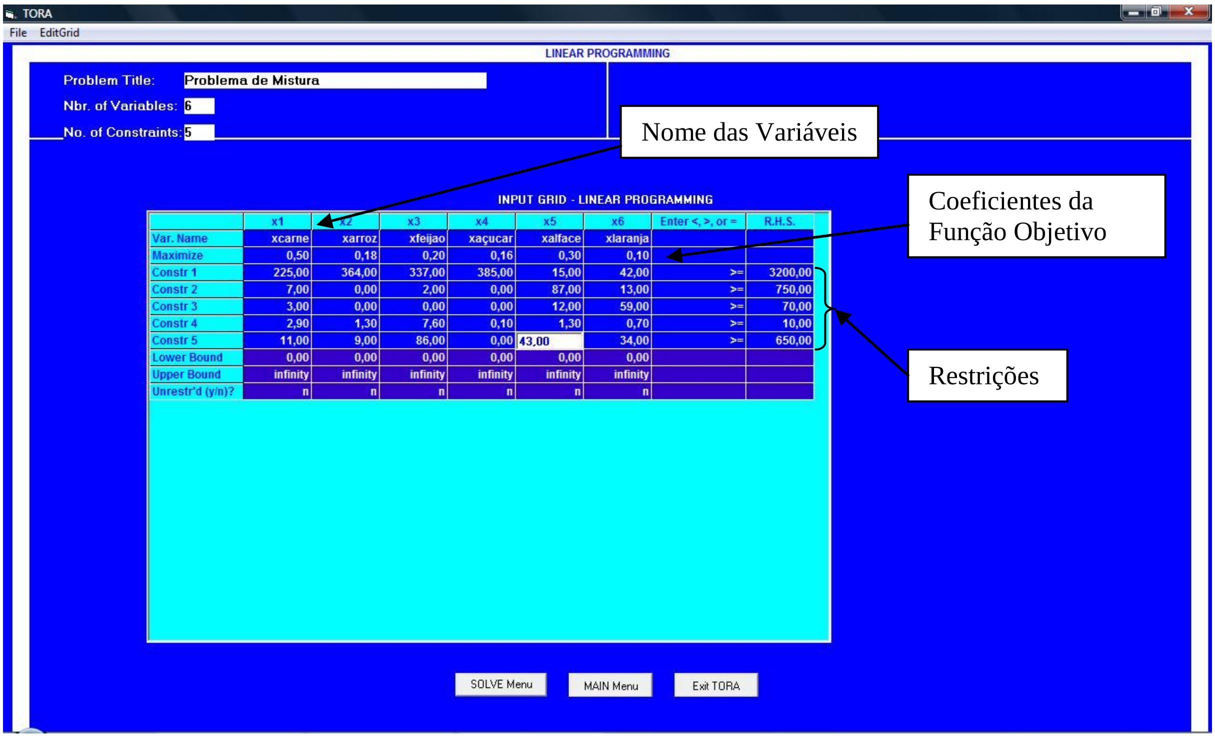


Figura 8 – Aplicando os dados no Tora

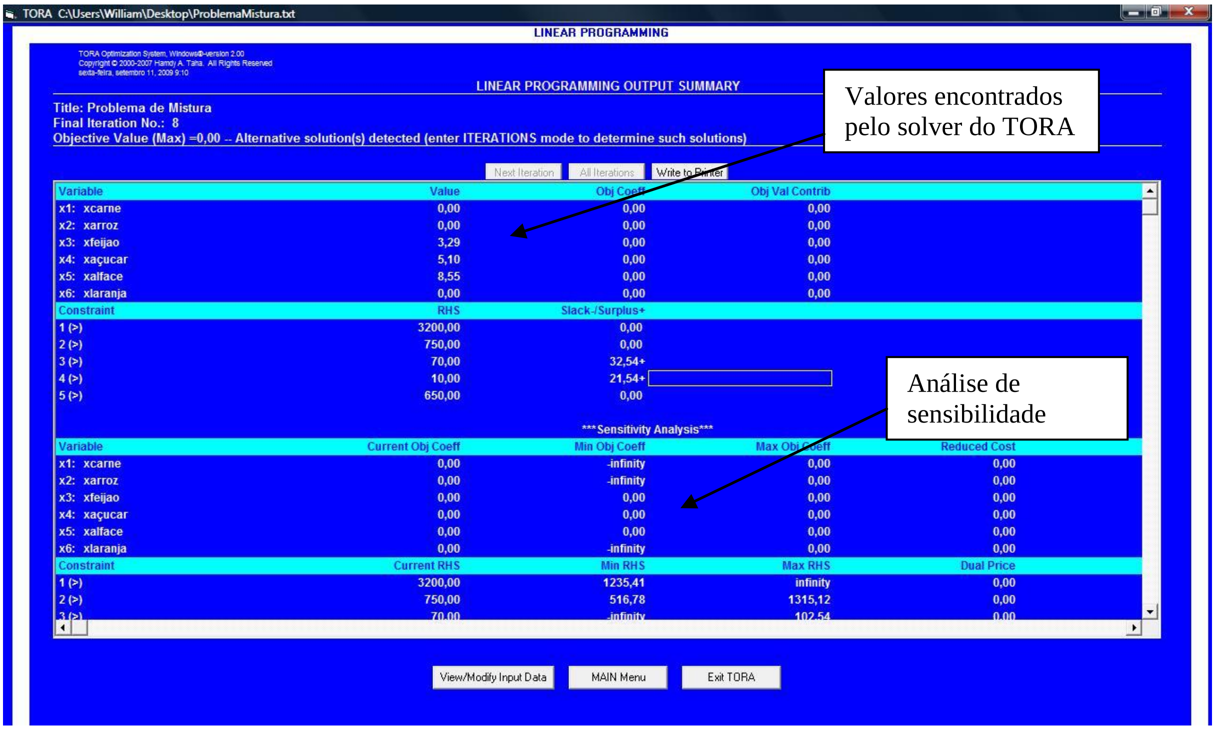


Figura 9 – Relatório exibido pelo Tora

Função objetivo encontrada: *R$ 4,04*

Valores das variáveis necessárias: *8,55 mg* de Alface, *0 mg* de Arroz, *3,29 mg* de Feijão, *0 mg* de Carne e Laranja e *5,1 mg* de Açúcar.

3.1.3 Resolução em MPL

Figura 10 exibe o relatorio gerado pelo programa ao se resolver o problema.

```
Problema da  Mistura.txt - Bloco de notas
Arquivo  Editar  Formatar  Exibir  Ajuda

SOLUTION RESULT

  Optimal solution found

    MIN Z        =         4.0371


DECISION VARIABLES

PLAIN VARIABLES

    Variable Name             Activity     Reduced Cost
  ---------------------------------------------------------
    xcarne                      0.0000           0.3781
    xarroz                      0.0000           0.0231
    xfeijao                     3.2856           0.0000
    xacucar                     5.1028           0.0000
    xalface                     8.5452           0.0000
    xlaranja                    0.0000           0.0214
  ---------------------------------------------------------


CONSTRAINTS

PLAIN CONSTRAINTS

    Constraint Name              Slack     Shadow Price
  ---------------------------------------------------------
    c1                          0.0000           0.0004
    c2                          0.0000           0.0031
    c3                       -137.6798           0.0000
    c4                        -26.5892           0.0000
    c5                          0.0000           0.0006
    c6                          0.0000           0.0000
    c7                          0.0000           0.0000
    c8                         -3.2856           0.0000
    c9                         -5.1028           0.0000
    c10                        -8.5452           0.0000
    c11                         0.0000           0.0000
  ---------------------------------------------------------

END
```

Figura 10 – Relatório exibido pelo MPL

Função objetivo encontrada: *R$ 4,0371*

Valores das variáveis necessárias: *8,5452 mg* de Alface, *0 mg* de Arroz, *3,2856 mg* de Feijão, *0 mg* de Carne e Laranja e *5,1028 mg* de Açúcar.

3.1.4 Resolução em LabPL

A Figura 11 apresenta a área onde os dados foram inseridos para a resolução.

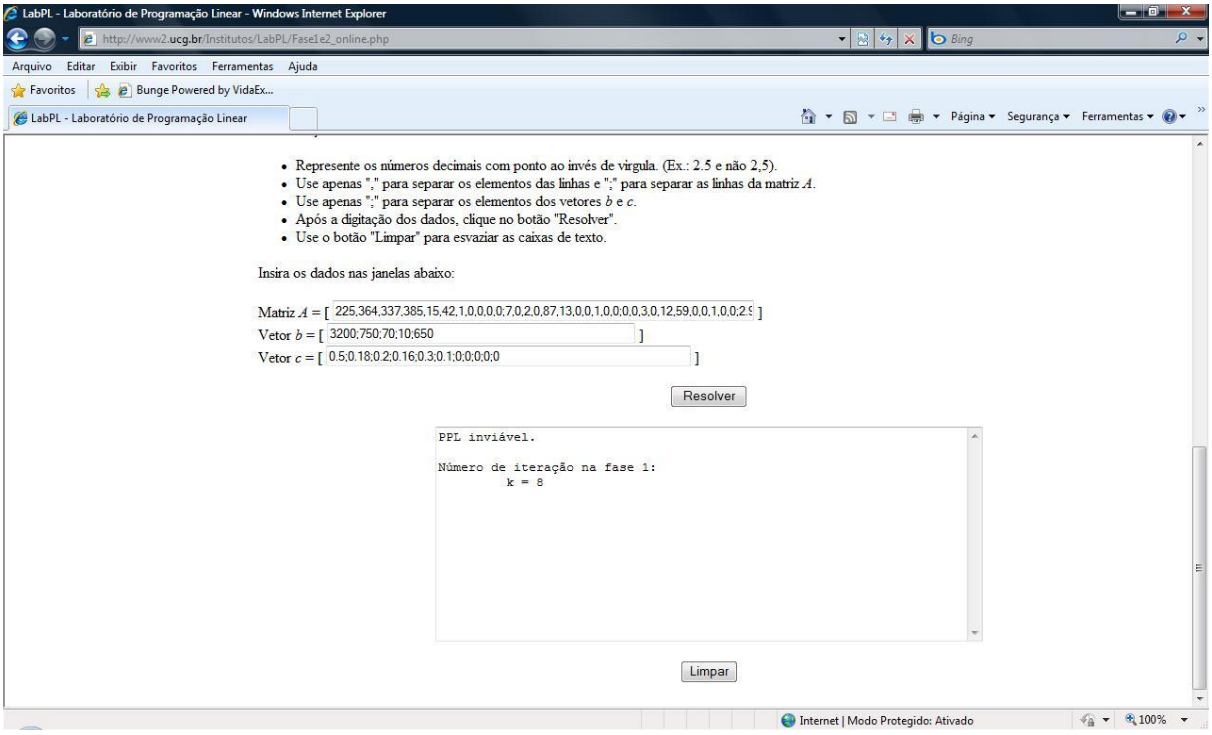


Figura 11 – Relatório exibido pelo LabPL

O LabPL não conseguiu encontrar um valor para a função objetivo, alegando ser inviável a resolução do problema.

Problema 2 – Mix de Produção

Este tipo de problema tem como objetivo a otimização da produção de qualquer tipo de produto. Selecionar quais produtos são mais vantajosos de se produzirem, levando em consideração os custos de fabricação, disponibilidade de funcionários, matéria-prima entre outros fatores.

Exemplo:

A Brinquedos S.A fabrica dois tipos de brinquedos de madeira: soldados e trens. Um soldado é vendido por R$ 27,00 e usa R$ 10,00 de matéria-prima. Cada soldado fabricado aumenta os custos diretos de mão-de-obra e custos indiretos em R$ 14,00. Um trem é vendido a R$ 21,00 e utiliza R$ 9,00 de matéria prima. Cada trem aumenta custos de mão-de-obra e indiretos em R$ 10. A fabricação requer dois tipos de mão-de-obra: carpinteiro e pintor. A fabricação de um soldado requer 2 horas de um pintor e 1 hora de carpinteiro. Um trem demanda 1 hora de pintura e 1 de carpinteiro. Para cada semana, a Brinquedos pode conseguir toda a matéria prima necessária, mas apenas 100 horas de pintura e 80 de carpintaria. A demanda para o trem é ilimitada, mas a de soldados é de no máximo 40 por semana. A Brinquedos quer maximizar o lucro semanal (receitas menos os custos). O modelo a ser formulado deve atender às restrições do problema ao mesmo tempo que maximiza o lucro da empresa (COLIN, 2007, p. 11).

Resolução

Função Objetivo: Max $z = 3x_1 + 2x_2$

Sujeito:

$2x_1 + x_2 \leq 100$

$x_1 + x_2 \leq 80$

$x_1 \leq 40$

$x_1, x_2 \geq 0$

3.2.1 Resolução em Calc

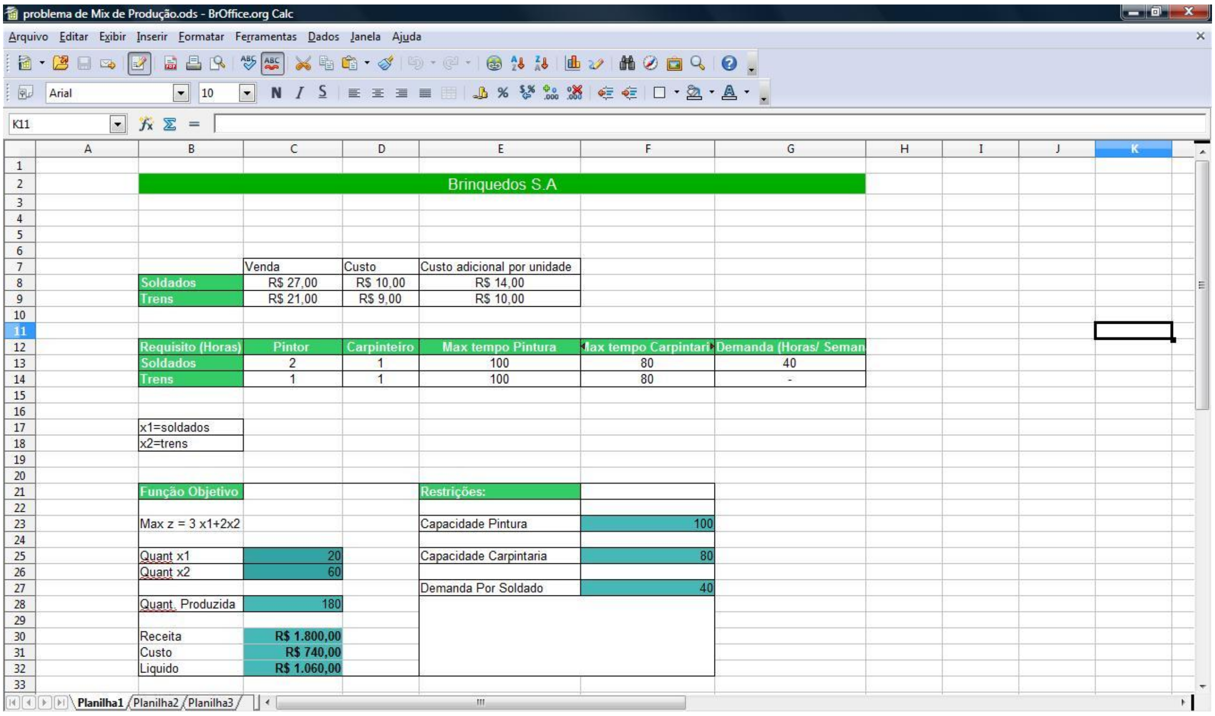


Figura 12 – Planilha desenvolvida em Calc para o Mix de Produção

Função objetivo encontrada: *180 horas*

Valores das variáveis necessárias: 20 *unidades* de Soldados e 60 *unidades* de Trens.

3.2.2 Resolução em Tora

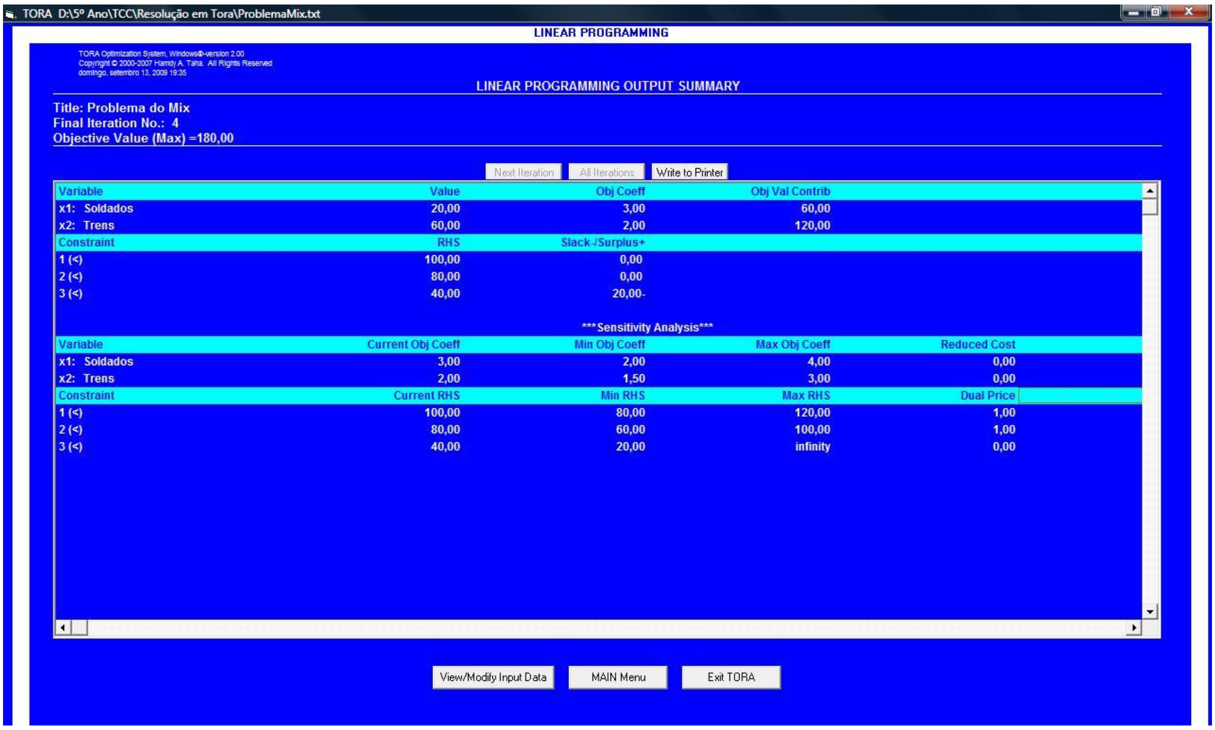
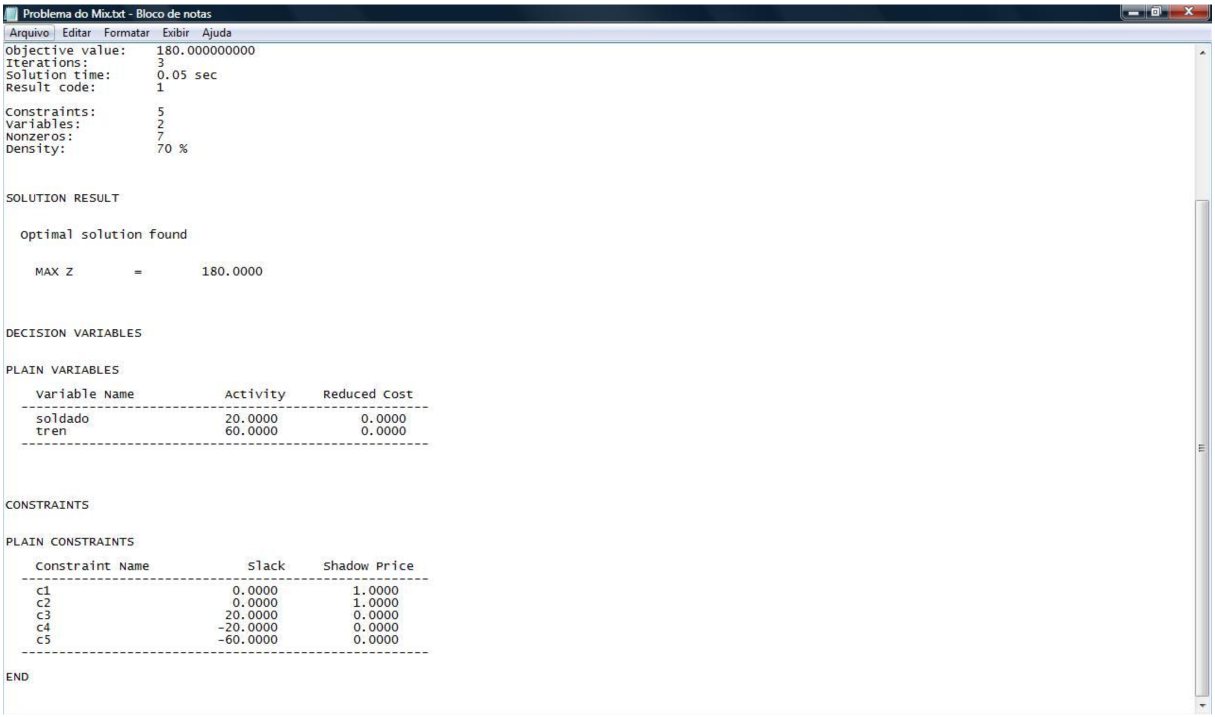


Figura 13 – Relatório da ferramenta Tora

Função objetivo encontrada: *180 horas*

Valores das variáveis necessárias: 20 *unidades* de Soldados e 60 *unidades* de Trens.

3.2.3 Resolução em MPL




```
Objective value:     180.000000000
Iterations:          3
Solution time:       0.05 sec
Result code:         1

Constraints:         5
Variables:           2
Nonzeros:            7
Density:             70 %


SOLUTION RESULT

  Optimal solution found

    MAX Z        =        180.0000


DECISION VARIABLES

PLAIN VARIABLES

    Variable Name            Activity     Reduced Cost
  ---------------------------------------------------
    soldado                   20.0000           0.0000
    tren                      60.0000           0.0000
  ---------------------------------------------------


CONSTRAINTS

PLAIN CONSTRAINTS

    Constraint Name              Slack     Shadow Price
  ---------------------------------------------------
    c1                          0.0000          1.0000
    c2                          0.0000          1.0000
    c3                         20.0000          0.0000
    c4                        -20.0000          0.0000
    c5                        -60.0000          0.0000
  ---------------------------------------------------

END
```

Figura 14 – Relatório MPL para o Mix

Função objetivo encontrada: *180 horas*

Valores das variáveis necessárias: 20 *unidades* de Soldados e 60 *unidades* de Trens.

3.2.4 Resolução em LabPL

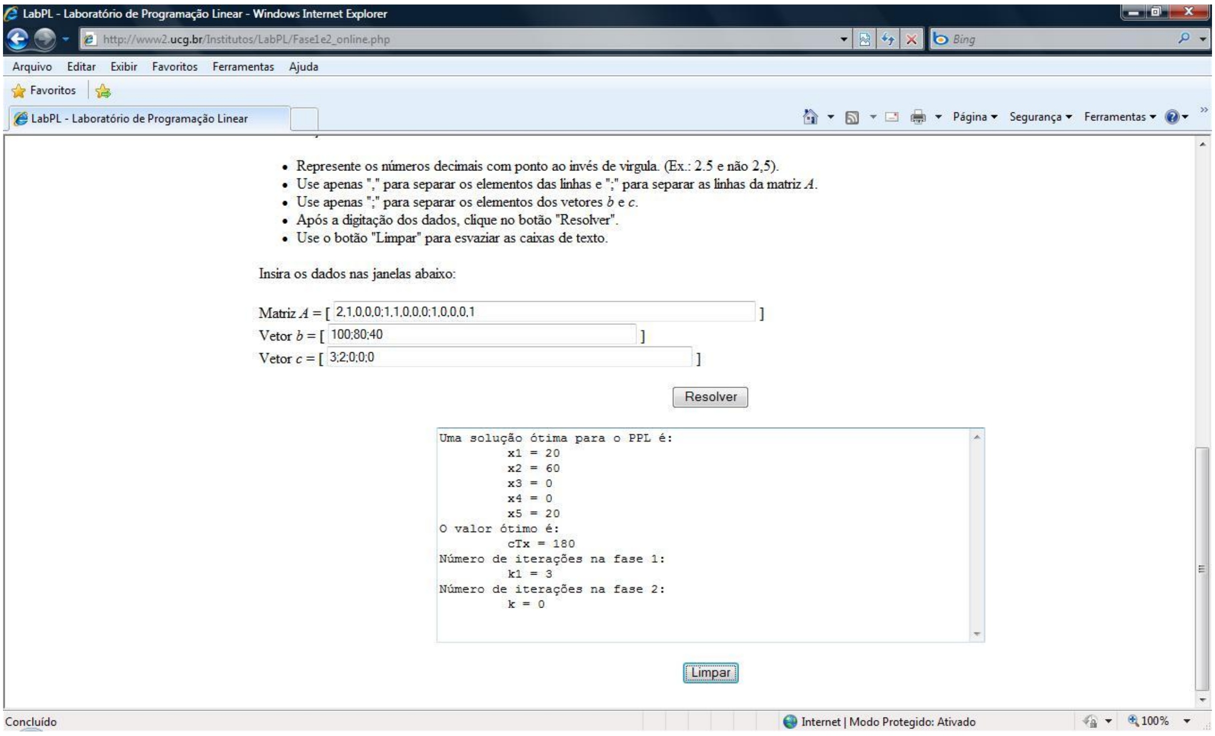


Figura 15 – Relatório gerado pelo LabPL

Função objetivo encontrada: *R$ 180 unidades*

Valores das variáveis necessárias: 20 *unidades* de Soldados e 60 *unidades* de Trens.

Problema 3 – Transporte

Problemas relacionados ao transporte possuem na maioria das vezes a necessidade de diminuir os custos operacionais e ao mesmo tempo atender a demanda dos produtos.

Exemplo:

Imagine que a Abecitrus (Associação Brasileira dos Exportadores de Cítricos), que congrega as empresas produtoras e exportadoras de sucos e assemelhados, esteja interessada em ajudar na coordenação e otimização dos custos de transporte da indústria. Suponha que existam 3 regiões produtoras no Brasil e 5 destinos (mercados) importantes para os produtos. As quantidades produzidas, os volumes consumidos pelos mercados, assim como os custos de transporte entre origens e destinos podem ser vistos no quadro abaixo. O interesse da Abecitrus é escoar toda a produção, atendendo aos mercados consumidores com o custo de transporte mínimo (COLIN, 2007, p. 12).

Tabela 2 – Dados referentes ao exercício proposto de transporte

Da região produtora	**Unidade**	**Para o mercado consumidor**					
		Mercosul	**Chile**	**EUA**	**Japão**	**Ásia/Pacífico**	**Produção 1000 m³**
São Paulo I	US$/m³	52	77	145	280	267	771
São Paulo II	US$/m³	60	85	150	285	272	964
Perímetro Irrigado do NE	US$/m³	110	135	115	301	287	193
Exportação do Setor	1000 m³	18	7	1680	159	64	1927
Exportação do Setor	US$/m³	9	4	840	79	32	964

Fonte: (COLIN, 2007)

Resolução

Função Objetivo:

Minimizar

$$z = 52x_{11} + 77x_{12} + 145x_{13} + 280x_{14} + 267x_{15} + 60x_{21} + 85x_{22} + 150x_{23} + 285x_{24} + 272x_{25} + 110x_{31} + 135x_{32} + 115x_{33} + 301x_{34} + 287x_{35}$$

Sujeito:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 771$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 964$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 193$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 18$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 7$$

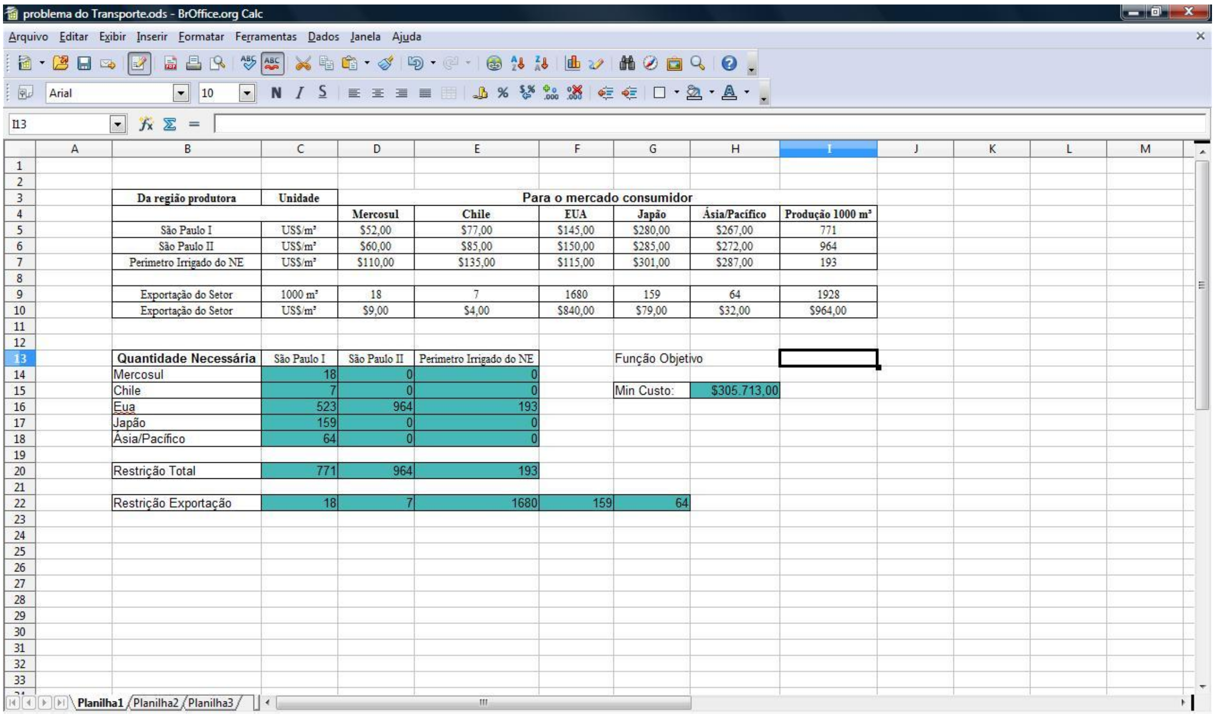
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 1680$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 159$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} = 64$$

$$X_{ij} \geq 0 (i = 1,2,3) e (j = 1,2,3,4,5)$$

3.3.1 Resolução em Calc



Da região produtora	Unidade	Para o mercado consumidor					
		Mercosul	Chile	EUA	Japão	Ásia/Pacífico	Produção 1000 m³
São Paulo I	US$/m³	$52,00	$77,00	$145,00	$280,00	$267,00	771
São Paulo II	US$/m³	$60,00	$85,00	$150,00	$285,00	$272,00	964
Perimetro Irrigado do NE	US$/m³	$110,00	$135,00	$115,00	$301,00	$287,00	193
Exportação do Setor	1000 m³	18	7	1680	159	64	1928
Exportação do Setor	US$/m³	$9,00	$4,00	$840,00	$79,00	$32,00	$964,00

Quantidade Necessária	São Paulo I	São Paulo II	Perimetro Irrigado do NE		
Mercosul	18	0	0		
Chile	7	0	0		
Eua	523	964	193		
Japão	159	0	0		
Ásia/Pacífico	64	0	0		
Restrição Total	771	964	193		
Restrição Exportação	18	7	1680	159	64

Função Objetivo

Min Custo: $305.713,00

Figura 16 – Planilha em Calc para o Transporte

Função objetivo encontrada: *R$ 305.713,00*

Valores das variáveis necessárias:

São Paulo I / Mercosul:	*18 unidades*	São Paulo II / Japão:	*0 unidades*
São Paulo I / Chile:	*7 unidades*	São Paulo II / Ásia:	*0 unidades*
São Paulo I / UE:	*523 unidades*	Per. Irr. do NE / Merc.:	*0 unidades*
São Paulo I / Japão:	*159 unidades*	Per. Irr. do NE / Chile:	*0 unidades*
São Paulo I / Ásia:	*164 unidades*	Per. Irr. do NE / UE:	*193 unidades*
São Paulo II/ Mercosul:	*0 unidades*	Per. Irr. do NE / Japão:	*0 unidades*
São Paulo II/ Chile:	*0 unidades*	Per. Irr. do NE / Ásia:	*0 unidades*
São Paulo II / UE:	*964 unidades*		

3.3.2 Resolução em Tora

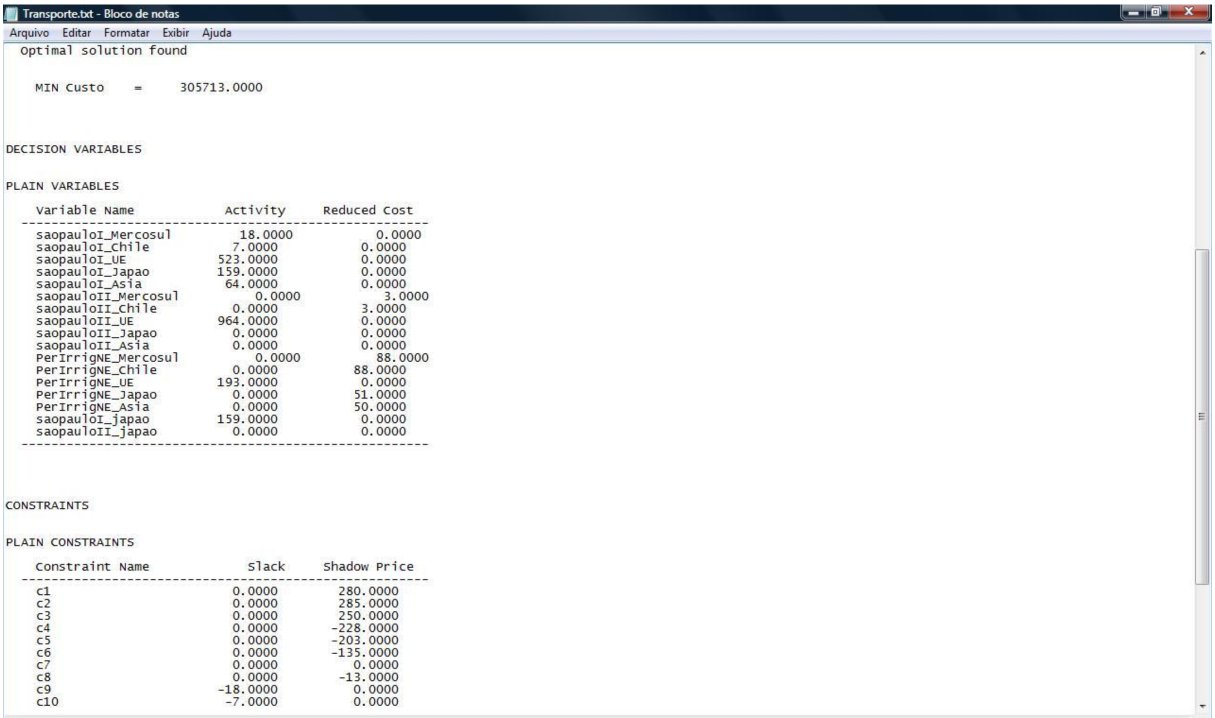
Figura 17 – Relatório em Tora para o Transporte

Função objetivo encontrada: *R$ 316.472,00*

Valores das variáveis necessárias:

São Paulo I / Mercosul:	*0 unidades*	São Paulo II / Japão:	*0 unidades*
São Paulo I / Chile:	*0 unidades*	São Paulo II / Ásia:	*0 unidades*
São Paulo I / UE:	*716 unidades*	Per. Irr. do NE / Merc.:	*18 unidades*
São Paulo I / Japão:	*0 unidades*	Per. Irr. do NE / Chile:	*7 unidades*
São Paulo I / Ásia:	*55 unidades*	Per. Irr. do NE / UE:	*0 unidades*
São Paulo II/ Mercosul:	*0 unidades*	Per. Irr. do NE / Japão:	*159 unidades*
São Paulo II/ Chile:	*0 unidades*	Per. Irr. do NE / Ásia:	*9 unidades*
São Paulo II / UE:	*964 unidades*		

3.3.3 Resolução em MPL


Transporte.txt - Bloco de notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda

```
  Optimal solution found


    MIN Custo    =     305713.0000


DECISION VARIABLES

PLAIN VARIABLES

    Variable Name              Activity     Reduced Cost
  ------------------------------------------------------
    saopauloI_Mercosul           18.0000           0.0000
    saopauloI_Chile             7.0000          0.0000
    saopauloI_UE              523.0000          0.0000
    saopauloI_Japao           159.0000          0.0000
    saopauloI_Asia             64.0000          0.0000
    saopauloII_Mercosul           0.0000           3.0000
    saopauloII_Chile            0.0000          3.0000
    saopauloII_UE             964.0000          0.0000
    saopauloII_Japao            0.0000          0.0000
    saopauloII_Asia             0.0000          0.0000
    PerIrrigNE_Mercosul           0.0000          88.0000
    PerIrrigNE_Chile            0.0000         88.0000
    PerIrrigNE_UE             193.0000          0.0000
    PerIrrigNE_Japao            0.0000         51.0000
    PerIrrigNE_Asia             0.0000         50.0000
    saopauloI_japao           159.0000          0.0000
    saopauloII_japao            0.0000          0.0000
  ------------------------------------------------------


CONSTRAINTS

PLAIN CONSTRAINTS

    Constraint Name               Slack     Shadow Price
  ------------------------------------------------------
    c1                          0.0000        280.0000
    c2                          0.0000        285.0000
    c3                          0.0000        250.0000
    c4                          0.0000       -228.0000
    c5                          0.0000       -203.0000
    c6                          0.0000       -135.0000
    c7                          0.0000          0.0000
    c8                          0.0000        -13.0000
    c9                        -18.0000          0.0000
    c10                        -7.0000          0.0000
```

Figura 18 – Relatório do Transporte em MPL

Função objetivo encontrada: *R$ 305.713,00*

Valores das variáveis necessárias:

São Paulo I / Mercosul:	*18 unidades*
São Paulo I / Chile:	*7 unidades*
São Paulo I / UE:	*523 unidades*
São Paulo I / Japão:	*159 unidades*
São Paulo I / Ásia:	*64 unidades*
São Paulo II/ Mercosul:	*0 unidades*
São Paulo II/ Chile:	*0 unidades*
São Paulo II / UE:	*964 unidades*
São Paulo II / Japão:	*0 unidades*
São Paulo II / Ásia:	*0 unidades*
Per. Irr. do NE / Merc.:	*0 unidades*
Per. Irr. do NE / Chile:	*0 unidades*
Per. Irr. do NE / UE:	*193 unidades*
Per. Irr. do NE / Japão:	*0 unidades*
Per. Irr. do NE / Ásia:	*0 unidades*

3.3.4 Resolução em LabPL

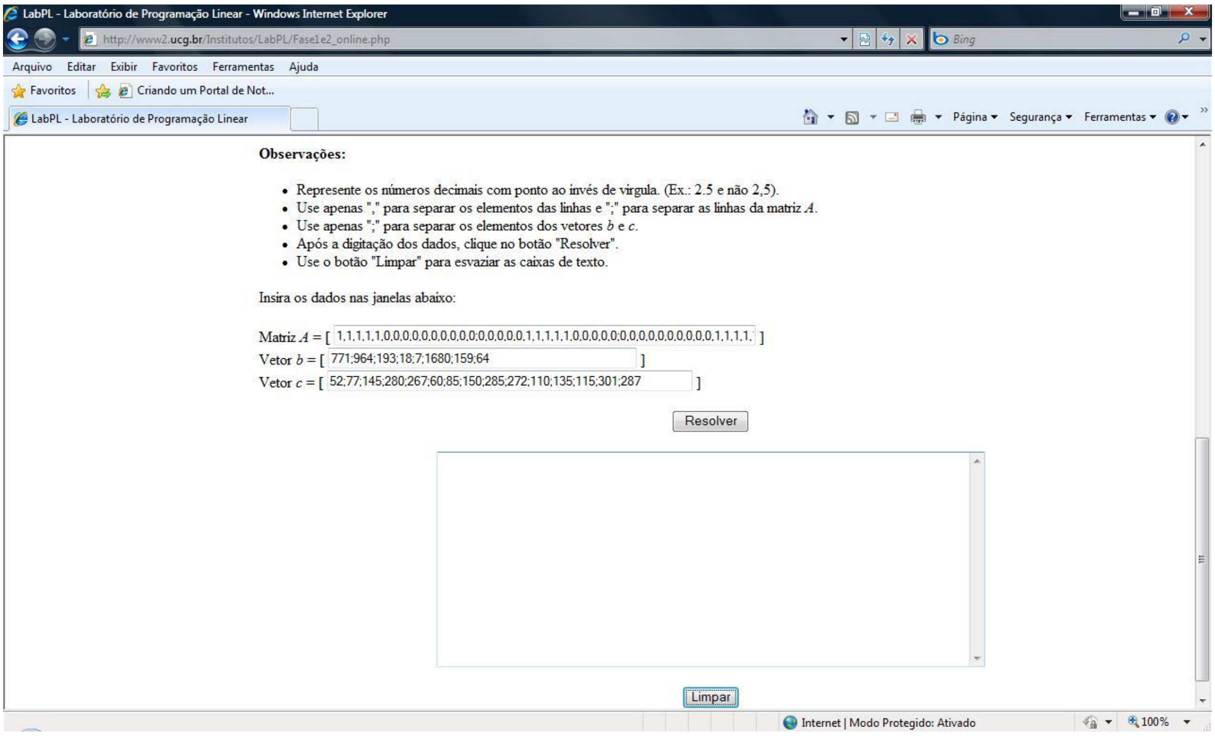


Figura 19 – Relatório gerado pelo LabPL para a otimização do Transporte

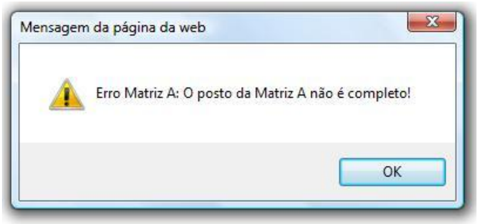


Figura 20 – Mensagem de erro do LabPL

Infelizmente o LabPl não conseguiu resolver este problema de minimização, alegando erro na Matriz A.

3.4 Problema 4 – Orçamento de Capital

Este tipo de problema tem como objetivo analisar o mercado e saber onde investir o capital financeiro para que se tenha o melhor retorno (lucro).

Exemplo :
Imagine que a Volto Venture Capital S.A. (VVC), empresa de capital empreendedor do conglomerado Voltorantina S.A tenha um orçamento de R$ 200 milhões para este ano, R$250 milhões para o ano que vem e mais R$ 150 milhões para o outro ano. Esse excesso de capital é oriundo de uma boa rentabilidade da operação atual, bem como uma esperança de rentabilidade nos anos futuros.

A VVC possui uma série de oportunidades disponíveis para investimento, de forma que eles precisam definir onde seus investimentos devem ser realizados para que o VPL (Valor Presente Liquido) dos mesmos sejam maximizado. Como os investimentos são participações em outras empresas, os investimentos podem ser fracionados, tendo em vista que não há limite mínimo de compra, nem o interesse em manter uma determinada participação nas empresas. Precisa haver apenas uma proporcionalidade dos investimentos ao longo dos anos, ou seja, se a empresa adquirir um determinado percentual da empresa neste ano, ela também deverá fazê-lo nos próximos aportes da empresa para que a mesma participação seja mantida. A Tabela abaixo apresenta os investimentos disponíveis, os valores de desembolso necessários para os 3 anos e o VLP de cada investimento.

Tabela 3: Dados para a resolução do Orçamento de Capital.

Investimento	***Investimento***			***VPL***
	Ano 0	**Ano 1**	**Ano 2**	***Investimento***
A	12	34	12	20
B	54	94	67	15
C	65	28	49	34
D	38	0	8	17
E	52	21	42	56
F	98	73	25	76
G	15	48	53	29
Total	**334**	**298**	**256**	**247**

Fonte: (COLIN, 2007)

Deve-se utilizar PL para que o VVC maximize o VPL de seus investimentos. Em essência, o que a VVC quer saber é qual o aporte a ser realizado (se houver) em cada uma das oportunidades de investimento de modo que o ganho seja máximo (COLIN, 2007, p. 14).

Função Objetivo:

Max $z = 20x_A + 15x_B + 34x_C + 17x_D + 56X_E + 76X_F + 29X_G$

Sujeito às seguintes restrições:

$12x_A + 54x_B + 65x_C + 38x_D + 52x_E + 98x_F + 5x_G \leq 200$

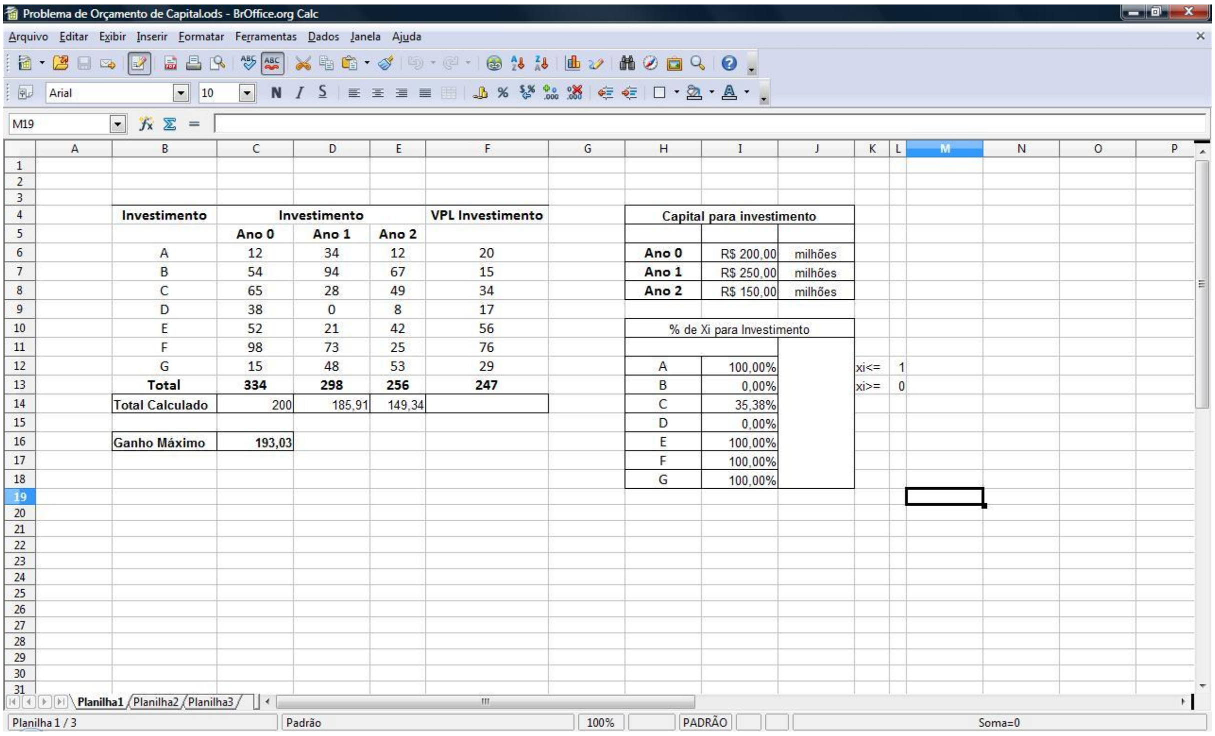
$34x_A + 94x_B + 28x_C + 21x_E + 73x_F + 48x_G \leq 250$

$12x_A + 67x_B + 49x_C + 8x_D + 42x_E + 25x_F + 53x_G \leq 150$

$x_i \leq 1 (i = A, B, C, D, E, F, G)$

$x_i \geq 0 (i = A, B, C, D, E, F, G)$

3.4.1 Resolução em Calc



Investimento	Investimento			VPL Investimento
	Ano 0	Ano 1	Ano 2	
A	12	34	12	20
B	54	94	67	15
C	65	28	49	34
D	38	0	8	17
E	52	21	42	56
F	98	73	25	76
G	15	48	53	29
Total	334	298	256	247
Total Calculado	200	185,91	149,34	
Ganho Máximo	193,03			

Capital para investimento		
Ano 0	R$ 200,00	milhões
Ano 1	R$ 250,00	milhões
Ano 2	R$ 150,00	milhões

% de Xi para Investimento			
A	100,00%	xi<=	1
B	0,00%	xi>=	0
C	35,38%		
D	0,00%		
E	100,00%		
F	100,00%		
G	100,00%		

Figura 21 – Planilha em Calc para o Orçamento de Capital

Função objetivo encontrada: *R$ 193 milhões*

Valores das variáveis necessárias: A: *100%*, B: *0%*, C: *35,38%*, D: *0%*, E: *100%*, F: *100%* e G: *100%*.

3.4.2 Resolução em Tora

TORA D:\5º Ano\TCC\Resolução em Tora\ProblemaOrcamentoCapital.txt

LINEAR PROGRAMMING

TORA Optimization System, Windows®-version 2.00
Copyright © 2000-2007 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved
sexta-feira, setembro 18, 2009 10:56

LINEAR PROGRAMMING OUTPUT SUMMARY

Title: OrçamentoCapital
Final Iteration No.: 7
Objective Value (Max) =197,30

Next Iteration | All Iterations | Write to Printer

Variable	Value	Obj Coeff	Obj Val Contrib
x1: xA	1,00	20,00	20,00
x2: xB	0,00	15,00	0,00
x3: xC	0,31	34,00	10,64
x4: xD	0,33	17,00	5,66
x5: xE	1,00	56,00	56,00
x6: xF	1,00	76,00	76,00
x7: xG	1,00	29,00	29,00

Constraint	RHS	Slack-/Surplus+
1 (<)	200,00	0,00
2 (<)	250,00	65,24-
3 (<)	150,00	0,00
UB-x1 xA	1,00	0,00
UB-x2 xB	1,00	1,00-
UB-x3 xC	1,00	0,69-
UB-x4 xD	1,00	0,67-
UB-x5 xE	1,00	0,00
UB-x6 xF	1,00	0,00
UB-x7 xG	1,00	0,00

Sensitivity Analysis

Variable	Current Obj Coeff	Min Obj Coeff	Max Obj Coeff	Reduced Cost
x1: xA	20,00	6,69	infinity	13,31
x2: xB	15,00	-infinity	31,91	16,91
x3: xC	34,00	29,08	47,27	0,00
x4: xD	17,00	8,81	19,88	0,00

View/Modify Input Data | MAIN Menu | Exit TORA

Figura 22 – Relatório do Orçamento de Capital em Tora

TORA D:\5º Ano\TCC\Resolução em Tora\ProblemaOrcamentoCapital.txt

LINEAR PROGRAMMING

Next Iteration | All Iterations | Write to Printer

Sensitivity Analysis

Variable	Current Obj Coeff	Min Obj Coeff	Max Obj Coeff	Reduced Cost
x1: xA	20,00	6,69	infinity	13,31
x2: xB	15,00	-infinity	31,91	16,91
x3: xC	34,00	29,08	47,27	0,00
x4: xD	17,00	8,81	19,88	0,00
x5: xE	56,00	27,59	infinity	28,41
x6: xF	76,00	44,45	infinity	31,55
x7: xG	29,00	9,48	infinity	19,52

Constraint	Current RHS	Min RHS	Max RHS	Dual Price
1 (<)	200,00	190,88	218,27	0,42
2 (<)	250,00	184,76	infinity	0,00
3 (<)	150,00	138,95	156,88	0,14
UB-x1	1,00	0,00	2,17	13,31
UB-x2	1,00	0,00	infinity	0,00
UB-x3	1,00	0,31	infinity	0,00
UB-x4	1,00	0,33	infinity	0,00
UB-x5	1,00	0,22	1,36	28,41
UB-x6	1,00	0,72	1,14	31,55
UB-x7	1,00	0,86	1,21	19,52

View/Modify Input Data | MAIN Menu | Exit TORA

Figura 23 – Análise sensitiva do Orçamento de Capital em Tora

Função objetivo encontrada: *R$ 197,30 milhões*

Valores das variáveis necessárias: A: *100%*, B: *0%*, C: *31%*, D: *33%*, E: *100%*, F: *100%* e G: *100%*.

3.4.3 Resolução em MPL

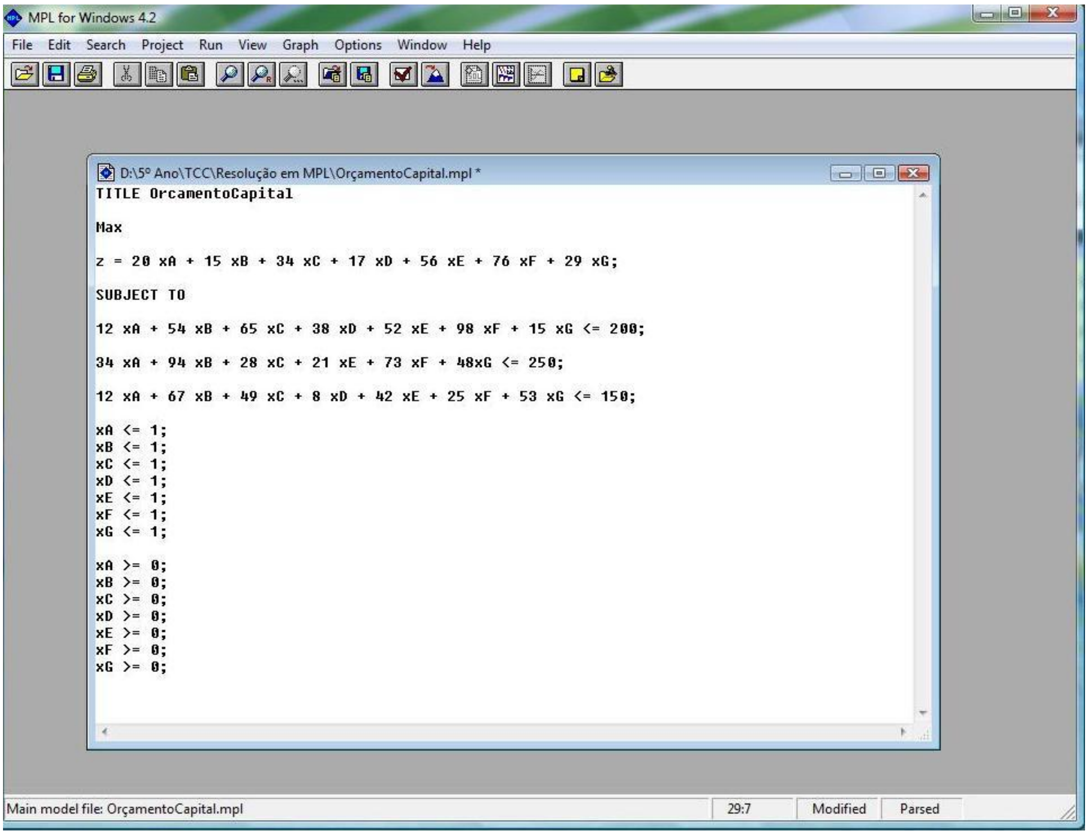
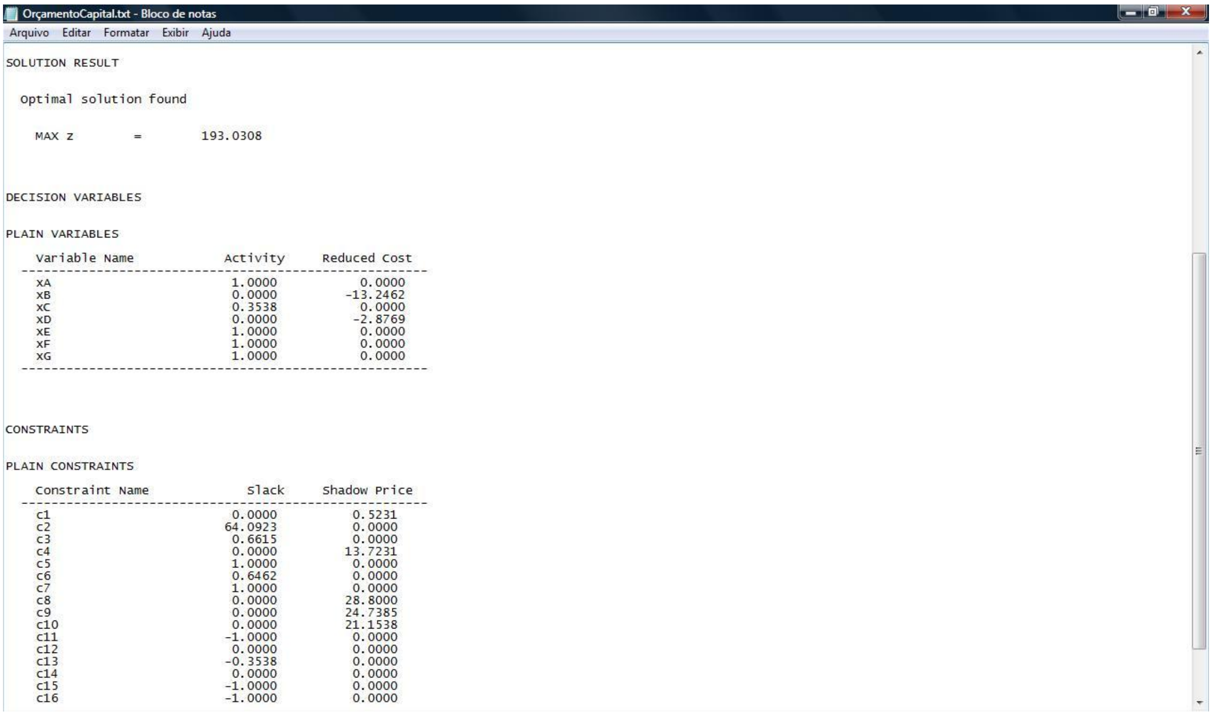


Figura 24 – Tela para inserção dos dados em MPL



OrçamentoCapital.txt - Bloco de notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda

```
SOLUTION RESULT

  Optimal solution found

    MAX z        =       193.0308


DECISION VARIABLES

PLAIN VARIABLES

    Variable Name            Activity     Reduced Cost
  ----------------------------------------------------
    xA                         1.0000           0.0000
    xB                         0.0000         -13.2462
    xC                         0.3538           0.0000
    xD                         0.0000          -2.8769
    xE                         1.0000           0.0000
    xF                         1.0000           0.0000
    xG                         1.0000           0.0000
  ----------------------------------------------------


CONSTRAINTS

PLAIN CONSTRAINTS

    Constraint Name             Slack     Shadow Price
  ----------------------------------------------------
    c1                         0.0000           0.5231
    c2                        64.0923           0.0000
    c3                         0.6615           0.0000
    c4                         0.0000          13.7231
    c5                         1.0000           0.0000
    c6                         0.6462           0.0000
    c7                         1.0000           0.0000
    c8                         0.0000          28.8000
    c9                         0.0000          24.7385
    c10                        0.0000          21.1538
    c11                       -1.0000           0.0000
    c12                        0.0000           0.0000
    c13                       -0.3538           0.0000
    c14                        0.0000           0.0000
    c15                       -1.0000           0.0000
    c16                       -1.0000           0.0000
```

Figura 25 – Relatório do Orçamento de Capital em MPL

Função objetivo encontrada: *R$ 193,0308 milhões*

Valores das variáveis necessárias: A: *100%*, B: *0%*, C: *35,38%*, D: *0%*, E: *100%*, F: *100%* e G: *100%*.

3.4.4 Resolução em LabPL

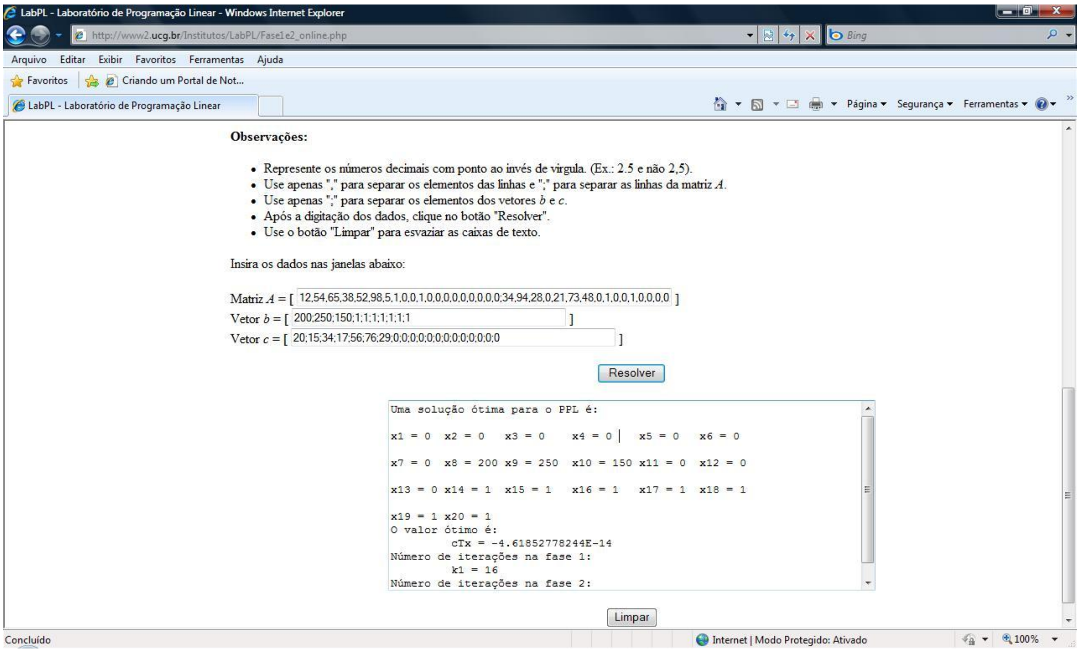


Figura 26 – Relatório em LabPL para o problema do orçamento

Não foi encontrado no site restrições de variáveis e iterações, porém o LabPL não conseguiu chegar a uma resposta satisfatória, zerando todas as variáveis.

3.5 Análise das Ferramentas

Esta seção apresenta uma análise das ferramentas utilizadas na solução dos problemas propostos.

3.5.1 Calc

O software Calc, muito parecido com o Excel, proporciona ao usuário, escolher onde dispor os dados para a resolução do problema, fator esse interessante para melhor entendimento do problema modelado. Além disso o usuário pode formatar da forma que melhor lhe agrade, utilizando cores diferentes, espaços entre variáveis e outros recursos. Com relação a dificuldade do usuário em aplicar o *Solver*, pode-se dizer que o Calc se preocupou com isto, tanto que só há um botão na aba Ferramentas e o mesmo já vem instalado. Para usuários leigos, isso é ponto relevante do sistema.

O *solver* do Calc não oferece opção de escolha por qual método utilizar, mas resolve de forma rápida problemas de P.L. No Formulário do *solver*, os itens são claros quanto a suas funcionalidades, fazendo com que o usuário não cometa engano quando apontar as células com os valores necessários para a otimização.

Outro fator importante é a capacidade de importar dados do Excel, ou qualquer documento do Office, essa compatibilidade é muito utilizada para se aproveitar dados já digitados, ganhando tempo para a resolução dos problemas.

O Calc não gera um relatório. Isso é ruim pois não mostra o preço sombra das variáveis e outras comparações. O usuário somente tem o resultado das variáveis sem uma análise feita pelo programa.

Preço sombra é a taxa de contribuição marginal, uma análise de grande importância pois contabiliza o que a função objetivo seria melhorada, caso a quantidade de uma variável do problema pudesse ser aumentada ou não. Essa análise é fundamental para o Engenheiro de Produção para pós-otimização, pois ele assim poderá tomar suas decisões com mais segurança, sabendo o impacto que causará caso manipule as variáveis do problema.

O preço-sombra oferece informações importantes com relação aos recursos como o quão lucrativo poderia ser se alterasse o valor da variável. Esses recursos podem ser por exemplo, o número de empregados do setor de pintura de uma montadora de automóveis ou o número de caminhões de uma grande distribuidora de bebidas.

3.5.2 Tora

O Tora, ferramenta não muito facil de se encontrar para download, possui um *layout* bonito e já na primeira tela, o menu é apresentado ao usuário para que o mesmo escolha com o que quer trabalhar: Equações lineares, PL, entre outros.

Diferente do Calc, o usuário é obrigado a trabalhar na forma padrão do programa. Mas isso não faz com que ele seja ruim. O usuário tem a opção de a qualquer momento aumentar ou diminuir as quantidades das variáveis e condições. Porém, se caso tenha digitado praticamente todos os resultados e perceba que faltou um campo para uma condição ou uma variável não fora citada, ao trocar as quantidades das variáveis, o programa entende que seja um novo e não salva seus dados, tendo o usuário que digitar tudo novamente.

O usuário escolhe a quantidade de casas decimais antes e depois da vírgula que quer trabalhar. Um ponto positivo é o fato de se poder escolher o tipo de iterações para quando se precisa de uma solução específica para um problema. O mesmo possui limitação operacional, trabalhando com 100 variáveis, o que satisfaz usuários de nível acadêmico.

O Tora não possui *Help* (Ajuda para o usuário quanto a utilização do software), fator esse importante para o usuário se orientar quando estiver resolvendo ou procurando algo específico. O help para o Tora seria interessante pois é uma ferramenta não muito conhecida, não tendo muito conteúdo na internet, livros para pesquisar sobre o software.

O Tora não gera relatórios em extensão txt, fator esse que poderia ser mudado. O único arquivo que ele gera é com os dados de entrada no sistema. Mas a resolução em si dos problemas e análises feitas pela ferramenta somente são mostradas na interface. O usuário tem a opção de imprimir o resultado, mas não pode gerar um documento digital para armazenagem em disco.

A ferramenta oferece outros recursos como trabalhar com programação inteira, planejamento de projeto (Pert – COM), análise de filas e outros. Esses recursos não foram testados pois o escopo do trabalho são problemas de PL. Em problemas com 2 variáveis é possível resolvê-lo graficamente. Em termos didáticos isso é importante pois permite ao aluno visualizar o passo a passo como o método opera.

Em suma, é uma boa ferramenta para otimização, com vários recursos, fácil de manipular, satisfazendo o usuário que precise de soluções para problemas de PL.

3.5.3 MPL

O MPL é um software que necessita de licença para poder utilizar, mas possui a versão estudante que oferece uma boa utilização e sem custo algum com igual capacidade para declaração de variáveis e até 300 restrições.

O *layout* do software é claro, de fácil reconhecimento quanto às funcionalidades oferecidas e o que mais se destaca no MPL é o modo de entrada dos dados para a modelagem. O usuário tem a sensação de estar escrevendo em um papel, as condições e a função objetivo, fator esse desempenhado pela notação algébrica natural.

O MPL trabalha com 5 solvers diferentes (CPLEX 300, Gurobi, Coin MP, LP Solve, Conopt e LGO). Isso mostra a grande capacidade de resolução de problemas. O usuário consegue fazer comparações de resultados e tem maior poder de escolha de qual opção tomar para ter uma ótima solução.

O relatório de saída (resultados encontrados) é bem claro e explicativo, o usuário não se sente em dúvidas quanto aos resultados obtidos. No relatório é possível visualizar informações como o tipo de solver utilizado, o tempo utilizado para resolução, quantidade de variáveis, constantes e outros valores para que se tenha uma análise completa.

3.5.4 LabPL

O LabPL é uma forma inovadora de resolução de PL, pois se trata de uma ferramenta *online*, disponível a qualquer hora para que o usuário necessite. A ferramenta trabalha com notação matricial, uma característica interessante para explorar novas formas de resolução.

O LabPL exige a forma padrão para resolução dos problemas de otimização. Isso causa confusão ao se digitar as restrições pois exige a adição de variáveis de folga, de excesso e artificiais, tornando complexo a inserção dos dados na ferramenta. No problema do orçamento desenvolvido em seção anterior deste trabalho, se sentiu essa dificuldade, pois o problema trabalha com muitas variáveis, e ao se utilizar variáveis de folga para notação matricial, foram necessários muitos zeros para completar a matriz e com isso, houve muita confusão para inserir a ordem correta dos dados, visto que a ferramenta não possibilita o usuário enchergar todos os dados digitados no campo específico. O LabPL não conseguiu resolver esse problema, nem o de transporte por razões não conhecidas.

O relatório mostrado pelo programa também é muito simples, sem muita explicação. Somente mostra os valores das variáveis e o valor da função objetivo. Mas como se trata de uma solução *online*, os desenvolvedores focaram mais na resolução do problema, deixando a página web mais leve.

Não é a melhor solução para um usuário que queira ter de forma rápida soluções e que estas sejam claras para que se possa tomar decisões. O LabPL atende bem problemas simples e com poucas variáveis. Uma ferramenta que precisa ser melhor estruturada caso queira realmente competir no mercado de software de otimização.

Para o meio acadêmico, a ferramenta é relevante pois o professor pode utilizá-la como instrumento para o ensino de notação matricial e aplicação dos conceitos de como colocar um problema na forma padrão.

3.6 Resultados Obtidos

Em termos gerais, as ferramentas estudadas satisfizeram de forma aceitável em comparação aos resultados gerados. Todas elas forneceram valores bem próximos, o que se pode notar que ambas utilizam solvers parecidos. Algumas das ferramentas disponibilizam a escolha do solver, como o MPL e o TORA.

São grandes as possibilidades de comparação dessas ferramentas. Portanto, não se espera com esse trabalho esgotar todos os critérios existentes de avaliação para os mesmos.

Os critérios utilizados na análise foram:

- Limitação de variáveis das ferramentas (a quantidade máxima de variáveis que o software consegue trabalhar);
- Utilização de forma padrão (saber se a ferramenta trabalha com a forma padrão para inserção dos dados);
- Existência de preço sombra (se nos resultados é mostrado o preço sombra);
- Análise de sensibilidade (se é feita a análise de sensibilidade dos resultados obtidos);
- Opções de *solvers* (se a ferramenta oferece mais de um solver para que o usuário possa escolher quando for resolver um problema);
- Usabilidade (avaliação do layout em geral);
- Existência de Ajuda para o usuário;
- Emissão de relatórios;
- Emissão de gráficos;
- Portabilidade das ferramentas (se as ferramentas são compatíveis com diferentes sistemas operacionais);

A seguir é mostrado uma tabela com as ferramentas e os critérios adotados.

Quadro 1: Comparação geral entre as quatro ferramentas

Critérios	**Ferramentas**			
	Calc	Tora	MPL	LabPL
Limitação de Variáveis	Não apresentou restrição para resolução dos problemas propostos (limitação baseada em tempo).	Não apresentou restrição para resolução dos problemas propostos (limite de 100 variáveis).	Não apresentou restrição para resolução dos problemas propostos (limite de 300 restriões).	A ferramenta não conseguiu resolver dois dos problemas, muito provável pela limitação de variáveis (site não especifica suas limitações).
Forma Padrão	Não	Não	Não	Sim
Preço Sombra	Não Apresenta	Apresenta	Apresenta	Não Apresenta
Análise de Sensibilidade	Não Apresenta.	Apresenta.	Apresenta.	Não Apresenta.
Solver	Sem opções de escolha.	Com Opção de Escolha.	Com Opção de Escolha.	Sem Opção de escolha.
Usabilidade	Fácil para o usuário, com opções de formatação do layout das planilhas.	Um pouco complicado para o usuário, porém com telas intuitivas, sem opção de formatação do *layout*. Cores fortes o que o torna cansativo. Saber inglês é fundamental.	A mais fácil entre as quatro ferramentas, entrada de dados com linguagem natural, telas claras e bem explicadas. Saber inglês é fundamental	Por utilizar a forma padrão, a usabilidade é prejudicada, tornando difícil a inserção correta dos dados na ferramenta.
Ajuda	Possui uma pequena ajuda para o usuário dar os primeiros passos, mas poderia ser mais completo, explicando e dando exemplos de soluções.	No programa não existe uma opção "ajuda" para orientar o usuário. Para iniciantes isso seria importante.	Não há ajuda na ferramenta, o usuário deve procurar o site do fabricante para conseguir algum auxílio.	Há uma explicação na própria página do LabPL, que instrui o usuário a utilizar o programa.
Relatório	O Calc não emite relatórios.	Emite relatório com analise de sensibilidade e preço sombra.	Emite relatório com analise de sensibilidade, preço sombra e outras informações.	Não emite relatório, e sim só os resultados encontrados.
Gráfico	A ferramenta solver do Calc não gera gráficos por si só, mas o usuário pode selecionar os resultados obtidos e gerar um gráfico através das opções do Calc.	Permite resolução de problemas com 2 variáveis pelo método gráfico	Possibilita ao usuário gerar gráfico da matriz do problema.	Não gera gráficos
Portabilidade	Desenvolvido em Java, funciona em qualquer ambiente operacional.	Pode ser utilizado somente em ambiente Windows.	Pode ser utilizado somente em ambiente Windows.	Como se trata de uma ferramenta online, qualquer plataforma oferece suporte ao LabPL

Esta avaliação feita sobre as quatro ferramentas teve como objetivo mostrar ao usuário algumas características para que o mesmo escolha a melhor ferramenta para um determinado tipo de problema. As considerações quanto a usabilidade são de cunho pessoal e portanto pode haver discordância por outros leitores que utilizarem dos mesmos software apresentados nesse trabalho.

A pesquisa operacional cada vez mais se torna o diferencial quando se trata de auxílio nas tomadas de decisões. O engenheiro de produção se sente mais confiante quando utiliza ferramentas que mostrem a ele resultados futuros, trabalhando com dados virtuais, simulando situações sem ter que correr riscos em alterar dados reais.

4 CONCLUSÃO

A pesquisa operacional é uma importante ferramenta utilizada pelo engenheiro de produção quando o mesmo necessita avaliar situações em que a decisão é algo crítico. Este trabalho teve o principio de fornecer diretrizes para o engenheiro no sentido de direcionar qual a ferramenta mais adequada considerando o problema a ser resolvido.

Em termos acadêmicos oferece suporte ao ensino, direcionando os professores sobre quais ferramentas poderão ser utilizadas em cada etapa de ensino de P.O. Ao ensinar métodos gráficos, o professor pode utilizar o Tora. Quando tratar de notação matricial, o LabPL oferece esse suporte. O MPL tem notação de fácil compreensão e próximo ao que é padrão. Por fim, o Calc por ser uma planilha eletrônica de fácil acesso, pode ser utilizada também como uma ferramenta de otimização.

Sugestão para trabalhos futuros:

- Avaliar outras ferramentas que utilizem programação linear;
- Definir outros critérios de comparação para essas mesmas ferramentas;
- Esse trabalho pode oferecer subsídios para o desenvolvimento de uma ferramenta completa que contenha características de cada ferramenta analisada.

REFERÊNCIAS

AMPL. **A Modeling Language for Mathematical Programming.** Disponível em: <http://www.ampl.com/>. Acesso em: 20 set. 2009.

ARENALES, Marcos; ARMENTANO, Vinícius; MORABITO, Reinaldo; YANASSE, Horacio. Pesquisa Operacional: Para Cursos de Engenharia. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda, 2007. 519 p.

BITTENCOURT, Dr. Evandro. Pesquisa Operacional - Administração de Empresas. Joinville: Univille, 2003. 29 p.

BORNSTEIN, Dr. Cláudio Thomás et al. **Laboratório de Programação Linear.** Disponível em: <http://www2.ucg.br/Institutos/LabPL/Introducao.html>. Acesso em: 20 set. 2009.

COLIN, Emerson C.. **Pesquisa OPeracional:** 170 aplicações em Estratégia, Finanças, Logística, Produção, Marketing e Vendas. Rio de Janeiro: Ltc, 2007. 501 p.

EATON, John W.. About Octave. Disponível em: <http://www.gnu.org/software/octave/about.html>. Acesso em: 14 maio 2009.

ICHIHARA, Jorge de Araújo. O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PROJETOS COM RESTRIÇÃO DE RECURSOS. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 22., 2002, Curitiba. RESOURCE-CONSTRAINED PROJECT SCHEDULING PROBLEM. Curitiba: Enegep, 2002. p. 1 - 8. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/ENEGEP2002_TR14_0869.pdf>. Acesso em: 13 maio 2009.

LEAL, Gislaine Camila Lapasini. Extensão de um Algoritmo Cultural para Problemas de Despacho de Energia Elétrica. 2007. 75 f. TCC (Graduação) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2007.

MICROSYSTEM, Sun. **Sobre o BrOffice.org.** Disponível em: <http://www.broffice.org/sobre>. Acesso em: 20 set. 2009.

MIYAZAWA, Flávio Keidi. Problemas de Corte e Empacotamento. Disponível em: <http://www.dcc.unicamp.br/~fkm/problems/empacotamento.html>. Acesso em: 13 maio 2009.

PUCCINI, Abelardo de Lima. Introdução à Programação Linear. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1972. 252 p.

SOFTWARE, Maximal. Optimizing Business Applications. Disponível em: <http://www.maximal-usa.com/support/mplfaq.html>. Acesso em: 13 ago. 2009.