Universidade Estadual de Maringá
Centro de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

Teoria dos Jogos como suporte à tomada de decisões em Engenharia de Produção

Alexandre Checoli Choueiri

Maringá - Paraná
Brasil

Universidade Estadual de Maringá
Centro de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

Teoria dos jogos como suporte à tomada de decisões em engenharia de produção

Alexandre Checoli Choueiri

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Engenharia de Produção, do Centro de Tecnologia, da Universidade Estadual de Maringá.
Orientador: Prof. Rodrigo Lanzoni Fracarolli

Maringá - Paraná
2015

RESUMO

Muitas disciplinas, ministradas no curso de engenharia de produção, tendem a se conglomerar sob o epíteto de "*não-funcionais fora da teoria*" ou ainda "*brevemente estudadas*", na visão do estudante, ao ponto de nunca mais serem revisitadas após o período letivo.

Uma dessas subdisciplinas é a Teoria dos Jogos, brevemente apresentada aos alunos como tópico na disciplina pesquisa operacional, porém muito pouco estudada ao longo da mesma.

Nesse contexto, o presente estudo procurou uma aproximação dos conceitos considerados "base" na Teoria dos Jogos às atividades que são da alçada do engenheiro de produção, para que dessa forma, o mesmo possa encarar os problemas do dia-dia com um olhar mais estratégico, e até modelar problemas que possam ser resolvidos tecnicamente pela lógica da Teoria dos Jogos.

Palavras-chave: [Teoria dos jogos; engenharia de produção; aplicações]

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1. INTRODUÇÃO

"A teoria dos jogos é uma teoria matemática criada para se modelar fenômenos que podem ser observados quando dois ou mais "agentes de decisão" interagem entre si" (SARTINI,2014, p.1).

Registros antigos traçam uma história sobre a teoria dos jogos que remonta ao século 18, no qual, em correspondência adereçada a Nicolas Bernoulli, James Waldegrave escrutina um jogo de cartas denominado "*le Her*", e fornece uma solução considerada equilíbrio de forma mista, no entanto, Waldegrave não concluiu o seu estudo apresentando uma teoria em forma geral (SARTINI *et al.*2004). Porém pode-se dizer que um primeiro embrião do que viria a se tornar a teoria dos jogos surge no século anterior, com o início dos estudos de probabilidade em jogos de azar utilizando regras matemáticas, conduzidos por Blaise Pascal e Fermat.

O marco inicial se deu de fato quando o matemático húngaro John Von Neumann (1903 – 1957) provou o teorema Minimax, segundo o qual sempre existe uma solução racional para um conflito bem definido entre dois indivíduos, cujos interesses são completamente opostos. Nesse mesmo período o economista alemão Oskar Morgenstern (1902 – 1977) estava por publicar seu livro "*Implicações quantitativas do comportamento do máximo"*, em que se é discutido qual deve ser a unidade de análise econômica: o individualismo ou a relação social? A essa pergunta, Morgenstern chega à conclusão de que os indivíduos interagem, portanto a sua racionalidade é relativa. Assim sendo, se a racionalidade de um indivíduo não é plena, então a sua maximização também não o será. (ALMEIDA, 2006).

Demitido da universidade de Vianna pelos nazistas, em 1938, Oskar emigra para os Estados Unidos, onde começa a lecionar em Princeton e, junto com John Von Neumann, publica as bases da teoria dos jogos, no livro *Theory of games and Economic Behavior* (Teoria dos Jogos e Comportamento Econômico), obra que propõe uma interpretação das escolhas racionais, tanto quanto dos acontecimentos sociais, por meio de modelos de jogos de estratégia de ação que lhes fossem mais vantajosas, tomando por base um cálculo acerca de sua probabilidade e satisfação máxima de sua utilidade (HENDERSON,2015).

Em 1950, o matemático John Forbes Nash Jr. publicou quatro artigos importantes para a teoria dos jogos. Em *"Equilibrium Points in n-Person Games"* e *"Non-Cooperative Games*", Nash conseguiu provar a existência de um equilíbrio de estratégias mistas para jogos não cooperativos, o que mais tarde veio a ser denominado Equilíbrio de Nash, e também sugeriu uma abordagem de estudo de jogos cooperativos a partir de sua redução à jogos não cooperativos (SARTINI, *et al.* 2004).

Após as publicações de Nash, a teoria dos jogos começa a atrair a atenção das mais diversas áreas do conhecimento, não somente matemática e economia, se estendendo à filosofia, direito, relações humanas e até áreas biológicas, em que John Maynard Smith conquistou o prêmio Crafoord, pela sua aplicação da teoria à biologia.

Com isso em mente, o objetivo deste trabalho é aproximar os conceitos de teoria dos jogos à realidade da engenharia de produção, a fim de quebrar o paradigma visto pelos alunos de que a teoria não se aplica à pratica, tanto quanto retirar o véu do “desconhecido” que ainda paira sobre o assunto, a fim de incentivar futuros trabalhos a respeito.

1.1 Justificativa

Após terminado o curso de pesquisa operacional do curso de engenharia de produção da UEM (Universidade estadual de Maringá), sente-se por parte dos alunos um grande interesse por suas teorias e possibilidades de aplicação, não obstante a duração do mesmo é muito curta, e mais curta ainda em se tratando do tópico referente à Teoria dos jogos.

Uma das premissas básicas no que tange aos Engenheiros de produção, e essa lentamente construída durante o curso, se faz a capacidade de prever acontecimentos para se tomar decisões planejadas, como muito usualmente ocorre com os programas de Qualidade total, em que uma grande parte da teoria se pauta sobre as probabilidades de defeitos nos processos, e as ações a serem tomadas quando da ocorrência dos mesmos.

Também existem ações de tal natureza no próprio coração da engenharia de produção; no planejamento e controle da produção (PCP), ao se tomar uma decisão estratégica de quantos e quais produtos devem ser produzidos, dada uma crença de como será a reação de empresas “adversárias”, ou mesmo as consequências de se aumentar ou diminuir os preços de algum item.

A atuação do engenheiro de produção carrega em seu bojo tanto a área operacional quanto a gerencial, nesse contexto, possibilitando-o a tomar decisões estratégicas.

Dado que a teoria dos jogos apresenta conceitos matemáticos para decisões de tal cunho, o propulsor deste trabalho se faz o prospecto de junção das duas áreas de forma clara e exemplificada, e espera-se que, exposta dessa maneira didática, mais pessoas se sintam à vontade para pensar em soluções inovadoras para os problemas diários do engenheiro, utilizando os preceitos da teoria dos jogos.

Vale ressaltar que, a análise dos resultados do jogo aplicado já é, por si só, uma justificativa para a continuidade do estudo mais aprofundado de teoria dos jogos na Engenharia de Produção.

1.2 Definição e delimitação do problema

O escopo do projeto é a união dos conceitos trazidos pela teoria dos jogos à engenharia de produção, sugerindo aplicações para a mesma. Os fundamentos teóricos vieram de diversas fontes tradicionais, como livros, publicações em periódicos e monografias, bem como do curso sobre teoria dos jogos oferecido pela universidade de Yale, disponível para acesso gratuito pelo site Veduca (vídeos educativos – www.veduca.com.br).

Embora o uso de algumas fórmulas e um conhecimento de matemática básica sejam indispensáveis para o entendimento do estudo, o objetivo não foi uma análise aprofundada e minuciosa da teoria matemática por trás da teoria dos jogos, mas sim a exposição da linha de raciocínio utilizada.

1.2.1 Objetivo geral

Explicitar a aplicação da teoria dos jogos ao universo da Engenharia de produção, por meio do estudo e exposição de seus preceitos.

1.2.2 Objetivos específicos

I. Avaliar a capacidade de aplicabilidade dos conceitos estratégicos aprendidos com a teoria dos jogos, em turmas de engenharia de produção da Universidade Estadual de Maringá.
II. Explicitar as principais noções que norteiam o estudo de teoria dos jogos e pensamento Estratégico.
III. Correlacionar as noções apresentadas às atividades pertinentes ao profissional da engenharia de produção.

1.3 Estrutura do trabalho

O primeiro capitulo do estudo é composto pela introdução, justificativa e objetivos.

A revisão bibliográfica se faz presente no segundo capitulo, por sua vez, se destina a mostrar todo o referencial teórico utilizado para a compreensão dos jogos descritos ao longo do estudo.

No terceiro e quarto capitulo são expostos a metodologia e o jogo aplicado às turmas de engenharia de produção, respectivamente. Com os dados do jogo, algumas ferramentas de análise estatística foram utilizadas, tais como; medidas descritivas, histograma, e análise de variância (ANOVA).

O desenvolvimento do estudo se encontra no quinto capitulo, em que foram estabelecidos paralelos entre os modelos matemáticos de Teoria dos Jogos e a Engenharia de Produção. O último capítulo apresenta todas as conclusões do estudo.

2. REVISÃO BIBLIOGRAFICA

A revisão bibliográfica é, de acordo com Dane (1990), importante para definir a linha limítrofe da pesquisa que se deseja desenvolver, considerando uma perspectiva científica, e ainda definir tópicos chave, autores, palavras, periódicos e fontes de dados preliminares.

Embora a revisão bibliográfica seja comum a todas as pesquisas científicas, é importante que esta seja bem executada e confiável, realizada de forma sistemática e de modo compreensivo (WEBSTER; WATSON, 2002; WALSHAM, 2006; LEVY; ELLIS, 2006).

Para a compreensão dos jogos apresentados durante o trabalho, primeiramente é necessária a apresentação de alguns conceitos-chave utilizados ao longo da pesquisa.

2.1 Principais conceitos

2.1.1 Payoff:

é todo ganho ou perda inerente a uma determinada estratégia escolhida por um jogador;

2.1.2 Jogo:

Existem diversas formas de classificação dos jogos, porém todos devem possuir alguns elementos em comum:

1 Uma lista de jogadores;

2 Uma descrição completa do que os jogadores podem fazer (suas possíveis ações);

3 Uma descrição do que os jogadores sabem quando jogam;

4 Uma especificação de como as ações dos jogadores levam a resultados (*outcome*); e

5 Uma especificação quanto as preferências dos jogadores em relação aos resultados (WATSON, 2013).

2.1.3 A forma extensa:

A forma extensa de um jogo consiste na sua escrita em forma de "árvore", (um gráfico guiado) com nós e galhos, em que cada galho consiste em uma seta que aponta de um nó para outro. Cada nó representa uma possível localização do jogador na estratégia, e cada galho as suas possíveis ações (OSBOURNE, 2011).

Uma árvore inicia em um nó principal e termina nos nós terminais (aos quais não existem mais setas), existem algumas regras para a criação de um gráfico de nós e galhos;

Regra 1: *Todo nó é um sucessor do nó inicial, menos o nó inicial.* Essa regra garante que o início da árvore possua um único nó.

Regra 2: *Todo nó, exceto o primeiro, possui exatamente 1 predecessor. O primeiro nó não possui predecessores.* Essa regra garante que não existam caminhos cruzados ao longo da árvore.

Regra 3: *Múltiplos galhos advindos de um único nó possuem diferentes descrições de ações.*

Conjuntos de informações representam lugares em que os jogadores devem tomar decisões, formalmente um conjunto de informações é um conjunto de nós.

Regra 4: *Cada conjunto de informações contém nós de decisão para somente um dos jogadores.*
Regra 5: *Todos os nós de um dado conjunto de informações devem ter o mesmo número de sucessores imediatos.*

A forma extensa é, então, uma maneira de se "modelar" o jogo a ser analisado. Considere o cenário seguir:

Uma indústria (i1) está para lançar um produto no mercado e possui duas possibilidades distintas: lançar a um preço alto ou a um preço baixo. Em resposta, uma segunda indústria (i2) possui as mesmas possibilidades.

- Se ambas colocarem preços altos em seus produtos, um milhão de reais em lucro para cada empresa;
- Se ambas colocarem preços baixos, meio milhão de reais para cada empresa; e
- Se uma colocar preço baixo e a outra preço alto, a indústria que escolheu pelo preço alto não recebe nada, e a que decidiu colocar o preço baixo obtém dois milhões de lucro.

Esse é um exemplo de jogo sequencial, ou seja, um jogador faz uma jogada e em seguida o outro joga, sabendo o que o primeiro jogador fez, tal qual é o xadrez.

A representação deste jogo na sua forma extensa ficaria como na representação da Figura 1.

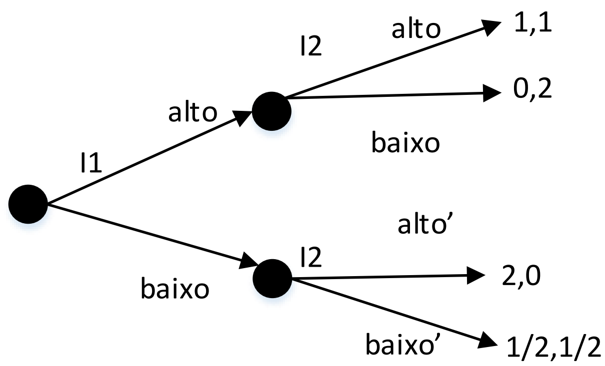

Figura 6 - Forma extensa

Fonte: WATSON, 2013

A primeira escolha parte da indústria 1, e a mesma pode seguir dois "caminhos" da árvore: o preço alto ou baixo (nó inicial e primeira ramificação). Se ela for pelo caminho superior (alto), a mesma bifurcação é apresentada agora para a indústria 2. Como o jogo é simétrico, o mesmo ocorre quando I1 escolhe baixo.

Por convenção, os *payoffs* são apresentados do Jogador 1 (indústria 1) ao jogador 2, da esquerda para a direita.

Ainda existe a possibilidade de as duas indústrias realizarem as suas estratégias simultaneamente, ou seja, uma não sabe o que a outra fez. Nesse caso, existe um acréscimo na forma extensa a se fazer, conforme mostra a Figura 2.

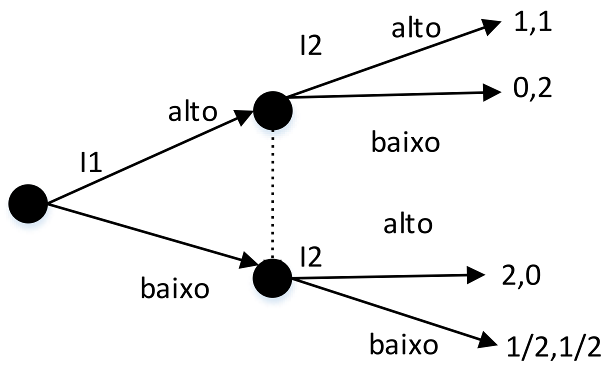

Figura 7 - Forma extensa simultânea

Fonte: WATSON, 2013

A linha tracejada indica que o jogador I2 não sabe necessariamente em que parte da árvore está, na medida em que este não sabe qual foi a última jogada de seu oponente, ele pode estar no nó superior (em que I1 colocou o preço alto), ou no inferior (em que I1 colocou um preço baixo em seu produto).

2.1.4 Estratégia:

O conceito de estratégia de um jogo está ligado ao curso de ações de qualquer agente durante um jogo, ou ainda, todas as ações que um jogador poderia tomar, em um determinado ponto de um jogo, por exemplo, vender uma geladeira usada (FIGUEIREDO; WATSON 2013). Matematicamente, pode se considerar um espaço de estratégias no qual estão contidas todas as estratégias de um jogador. Para o jogo da Figura 7, o espaço de estratégias do jogador I1 seria S_{I1}={alto, baixo}, já para o jogador I2 tem-se S_{I2}={alto alto', alto baixo', baixo alto', baixo baixo'}.

Um perfil de estratégias é um vetor de estratégias, $s = (s_i, s_2, ... s_n)$, matematicamente:

$S = S_1 \; x \; S_2 \; x \; ... \; S_n$, onde "x" representa o produto cartesiano, portanto, para o jogo da figura 7 tem-se ainda S={(alto, alto alto'),(alto, alto baixo'),(alto, baixo alto'),(alto, baixo baixo'), (baixo, alto alto'),(baixo, alto baixo'),(baixo, baixo alto'),(baixo, baixo baixo')}. Para todo jogador i, pode-se definir uma função μ_1 cujo domínio é o conjunto de perfis de estratégia e cujo contradomínio são os reais.

2.1.5 A forma normal:

A forma normal de se representar os jogos está fortemente pautada sobre a ideia de estratégias, é uma forma mais compacta do que a forma extensa.

Para todos os jogos na forma extensa, pode-se estabelecer espaços de estratégia que definam como o jogo é jogado, ou seja, um perfil de estratégias diz exatamente quais caminhos foram seguidos por meio da árvore, e em cada nó terminal, existe um respectivo *payoff*, portanto, cada perfil de estratégia implica em um *payoff* esperado.

A forma normal é um resumo dos componentes da forma extensa, organizado por matrizes e *payoffs*.

O jogo da figura 1 é então, equivalente a:

I1 \ I2	alto	baixo
alto	(1,1)	(0,2)
baixo	(2,0)	(1/2,1/2)

Figura 8 - Forma normal

Fonte: WATSON, 2013

As estratégias da I1 ficam representadas abaixo do seu nome, na vertical (alto ou baixo), da mesma forma as de I2 na horizontal. Para encontrar os *payoffs* do jogo basta cruzar as estratégias na tabela, por exemplo, se a indústria 1 optar pelo preço baixo, como mostrado na Figura 4:

I1 \ I2	alto	baixo
alto	(1,1)	(0,2)
baixo	(2,0)	(1/2,1/2)

Figura 9 - Escolha de "baixo"

Fonte: WATSON, 2013

E da mesma forma, a I2 também escolha baixo, pela Figura 5:

I1 \ I2	alto	baixo
alto	(1,1)	(0,2)
baixo	(2,0)	(1/2,1/2)

Figura 5 - Escolha de "baixo"

Fonte: WATSON, 2013

Dessa forma, os *payoffs* são lidos na intersecção das estratégias na matriz, da esquerda para a direita, para a indústria 1 e 2, respectivamente, nesse caso, a indústria 1 receberia ½ milhão, bem como a indústria 2.

2.1.6 Crenças:

Uma crença é uma opinião de um jogador sobre as estratégias de outro jogador, matematicamente definida como a distribuição de probabilidade $\emptyset_{-1}$ sobre as estratégias dos demais jogadores, exceto aquele que formula a crença, portanto $\emptyset_{-1} \in \Delta S_{-1}$.

2.1.7 Estratégias mistas:

A estratégia mista está intimamente ligada às crenças, na medida em que a escolha da estratégia será baseada nas crenças que um jogador se tem a respeito da estratégia de seu adversário, e não somente na análise pura da forma normal.

Suponha que, para o jogo da Figura 9, a indústria 1 obtenha algum conhecimento prévio a respeito das estratégias da indústria 2, e, com base nisso, ela acredita que exista uma probabilidade de 25% de que a indústria 2 coloque preços altos, e 75% que coloque os preços baixos. A função *payoff* para esse cenário multiplica os *payoffs* esperados pelas respectivas crenças atribuídas à estratégia, somando-as em seguida, como na Figura 6.

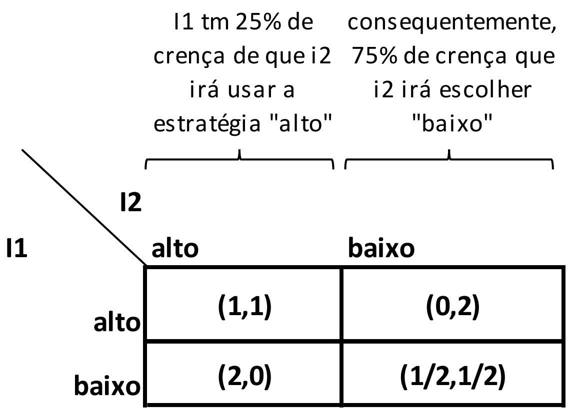

Figura 6 - Forma aumentada com crença

Fonte: WATSON, 2013

Então, para a figura 12, a função *payoff* do jogador 1, escolhendo a sua estratégia alto e com uma crença $\emptyset_1$ sobre a estratégias do jogador 2 fica;

$$\mu_1\ (Alto, \emptyset_1\ ) = \emptyset_1 \mu_1\ (alto, alto) + \ (1 - \emptyset_1)\mu_1\ (alto, baixo)$$

$$\mu_1\ (Alto, 25\%\ ) = (1/4)1 + (3/4)0 = 0{,}25$$

Similarmente para a estratégia Baixo tem-se;

$$\mu_1\ (baixo, \emptyset_1\ ) = \emptyset_1 \mu_1\ (baixo, alto) + \ (1 - \emptyset_1)\mu_1\ (baixo, baixo)$$

$$\mu_1\ (Baixo, 25\%\ ) = (1/4)2 + (3/4)1/2 = 0{,}875.$$

Desse modo é possível verificar que, com a crença acima, o *payoff* do jogador 1, escolhendo a estratégia "alto", é de 0,25, enquanto a escolha da estratégia "baixo" incorre em um *payoff* de 0,875. Assim, a melhor estratégia para a indústria 1 é "baixo".

2.1.8 Dominância:

A dominância diz respeito às estratégias de um jogador, se alguma delas é uma estratégia estritamente dominada quer dizer que, independentemente da estratégia escolhida pelo adversário, a estratégia dominada nunca vai ser a melhor a ser jogada.

Por definição, uma estratégia pura s_i do jogador i é dominada se existe uma estratégia (pura ou mista)

$$\sigma_i \in \Delta S_i \quad tal\ que \quad \mu_i(\sigma_i, S_{-i}) > \mu_i(\sigma_i, S_{-i})$$

para todos os perfis de estratégia $s_{-i} \in S_{-i}$ dos outros jogadores.

Para o jogo da Figura 7, a estratégia D do jogador 1 é dominada pela estratégia M, pois, qualquer que seja a escolha do jogador 2, M obtém um *payoff* maior do que D.

1 \ 2	L	C	R
U	(8,3)	(0,4)	(4,4)
M	(4,2)	(1,5)	(5,3)
D	(3,7)	(0,1)	(2,0)

Figura 7 - Jogo com estratégia dominada

Fonte: WATSON, 2013

Uma premissa básica da teoria comportamental diz que jogadores não optam por estratégias dominadas, na medida em que estes tentam sempre maximizar os seus ganhos próprios, portanto, para o jogo da Figura 13, a estratégia D poderia ser “descartada”. Ela ainda existirá, porém não estará entre as passiveis de escolha. A Figura 8 mostra o resultado deste raciocínio.

1 \ 2	L	C	R
U	(8,3)	(0,4)	(4,4)
M	(4,2)	(1,5)	(5,3)
~~D~~	~~(3,7)~~	~~(0,1)~~	~~(2,0)~~

Figura 8 - Jogo sem estratégia dominada destacada

Fonte: WATSON 2013

2.1.9 Melhor resposta:

Alguns jogos não possuem estratégias dominantes ou dominadas, nesses casos, em que uma crença deve ser formulada pelo jogador 1 a respeito das estratégias do jogador 2 e a melhor resposta (ou melhores respostas, pois pode haver mais de uma) é aquela que traz o maior *payoff* para o jogador 1.

Por definição, supondo que um jogador i tenha uma crença $\emptyset_i \in \Delta S_i$ sobre as estratégias dos outros jogadores. A estratégia $s_i \in \Delta S_i$ do jogador 1 é uma melhor resposta se

$$\mu_i(s_i, \emptyset_{-i}) \geq \mu_i(s'_i, \emptyset_{-i}) \text{ para todo } s'_i \in S_i.$$

Para cada crença do jogador 1, existe um conjunto de melhores respostas denotado por $BR_i(\emptyset_{-1})$.

Supondo que para o jogo da Figura 9,

1 \ 2	L	C	R
U	(2,6)	(0,4)	(4,4)
M	(3,3)	(0,0)	(1,5)
D	(1,1)	(3,5)	(2,3)

Figura 9 – Jogo com crenças

Fonte: WATSON, 2013

o jogador 1 tenha uma crença a respeito das estratégias do jogador 2 de 1/3 para L, 1/2 para C e 1/6 para R, podendo ser representado pelo vetor de crenças (1/3,1/2,1/6), se o jogador 1 escolher a estratégia U,

crença de 1 a respeito das escolhas que 2 fará

	1/3	1/2	1/6
1 \ 2	**L**	**C**	**R**
U	**(2,3)**	**(0,4)**	**(4,4)**
M	**(3,2)**	**(1,5)**	**(5,3)**
D	**(1,1)**	**(0,1)**	**(2,0)**

Figura 10 – Destaque para crenças

Fonte: WATSON, 2013

o *payoff* esperado é;

$$\mu_i \text{ (U,1/3,1/2,1/6)} = (1/3)2 + (1/2)0 + (1/6)4 = 1{,}3333$$

Para a estratégia M;

$$\mu_i \text{ (M,1/3,1/2,1/6)} = (1/3)3 + (1/2)1 + (1/6)5 = 2{,}3333$$

Já para a estratégia D;

$$\mu_i \text{ (D,1/3,1/2,1/6)} = (1/3)1 + (1/2)0 + (1/6)2 = 0{,}6666$$

Assim, a melhor resposta é a estratégia M, pois ela traz o maior *payoff* dentre todas, portanto:

$$BR_1(1/3,1/2,1/6) = \{M\}$$

2.1.10 Dominância em estratégias mistas:

Uma estratégia mista é uma soma de *payoffs* de uma ou mais estratégias puras, de acordo com uma determinada crença que o jogador possua. Pode ser entendida como a porcentagem de vezes que um jogador irá jogar uma estratégia. Semelhante às estratégias puras, existe dominância também em estratégias mistas, porém, na maioria dos casos, a visualização das estratégias dominadas não é tão simples quanto em estratégias puras.

O jogo da Figura 11 ilustra o caso em que não é visível qual é a estratégia dominada:

1 \ 2	L	R
U	**(6,3)**	**(0,1)**
M	**(2,1)**	**(5,0)**
D	**(3,2)**	**(3,1)**

Figura 11 - Jogo com estratégia dominada não aparente

Fonte: WATSON, 2013

Se o jogador 1 tem uma crença $\emptyset_i$ a respeito do jogador 2 utilizar a estratégia L,($\emptyset_i \leq 1$), ou seja, é interessante para o jogador 1, visualizar quais seriam os seus ganhos, em função da variação de probabilidade de escolha do jogador 2 (variando de 0 a 1, sendo 0 nenhuma probabilidade e 1 total probabilidade).

Essa forma pode ser representada plotando as estratégias de 1 como retas em um gráfico, e visualizando o seu comportamento em conjunto, por exemplo, o ganho da reta U quando a probabilidade de 2 escolher L=0 (ou seja, quando o jogador 2 escolhe R) é de 0, já o seu ganho quando a probabilidade de 2 escolher L=1 é de 6.

Como retas podem ser definidas por 2 pontos, tem-se que:

$$Reta\ U\ =\ U(p) =\ 6p \quad com\ \ 0 \leq p \leq 1$$

$$Reta\ M\ =\ M(p) =\ -3p\ +\ 5\ \ com\ \ 0 \leq p \leq 1$$

$$Reta\ D\ =\ D(p) =\ 3\quad com\ \ 0 \leq p \leq 1$$

E desse modo, as retas plotadas no gráfico são mostradas na Figura 12

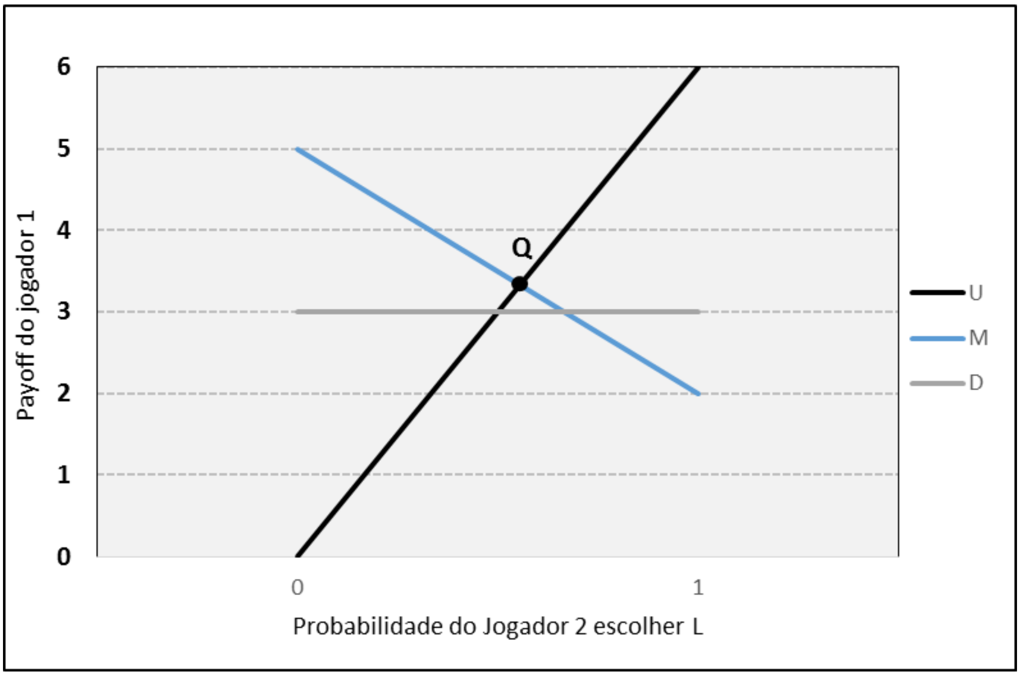

Figura 12 - Gráfico de melhor resposta x crenças

Fonte: WATSON,2013

Com o gráfico, vê-se claramente que, independente da crença do jogador 1 a respeito das estratégias do jogador 2, D nunca vai ser uma melhor resposta para o jogador 1.

Ainda, até o ponto Q (intersecção de U com M) a estratégia que traz o maior retorno ao jogador 1 é a reta M, e a partir da intersecção passa a ser a reta U, para todo o domínio da probabilidade, ou seja, existe pelo menos um conjunto de crenças para U e M que dominam D.

Este conjunto pode ser arbitrário do tipo $(x_1, x_2, 0)$ (pois deve ser atribuído probabilidade de 0 para a estratégia D), e verificar se esta estratégia arbitrária é de fato maior do que a estratégia D. Se sim, pode-se dizer que a estratégia mista $(x_1, x_2, 0)$ domina D.

Um valor arbitrário para o vetor de crença pode ser (3/10,7/10,0), aplicando na função *payoff* tem-se:

$$\mu_1\ (L, 3/10{,}7/10{,}0)\ =\ (3/10)6\ +\ (7/10)2\ =\ 3{,}2$$

$$\mu_1\ \ (R, 3/10{,}7/10{,}0)\ =\ (3/10)0\ +\ (7/10)5\ =\ 3{,}5$$

$$3,2 > 3 \qquad e \qquad 3,5 > 3$$

Prova-se assim que a estratégia D é dominada pela estratégia mista (3/10,7/10,0).

2.1.11 Racionalidade:

Os conceitos de dominância e melhor resposta são a base das teorias do comportamento racional. Este dita que, pensando racionalmente, nunca um jogador irá optar por jogar estratégias dominadas.

Pelo jogo ilustrado na Figura 13, o jogador 1 pode inferir que o jogador 2 nunca irá se utilizar da estratégia X, dado que esta é uma estratégia dominada, então o mesmo pode “elimina-la” das opções de jogo.

1 \ 2	~~X~~	Y	Z
A	~~(3,3)~~	(0,5)	(0,4)
B	~~(0,0)~~	(3,1)	(1,2)

Figura 13 - Racionalidade

Fonte: WATSON,2013

2.1.12 Dominância iterativa:

O processo de pensar racionalmente, iterativamente, sabendo que todos os outros jogadores são também racionais, eliminando assim as estratégias dominadas de todos os jogadores. Para o jogo da Figura 19, o primeiro passo foi dado, agora, a dominância iterativa dita que:

Como o jogador 1 sabe que a estratégia X do jogador 2 é dominada, ele infere que o jogador 2 nunca a utilizará, portanto é como se o jogo fosse conforme a Figura 14:

1 \ 2	Y	Z
A	(0,5)	(0,4)
B	(3,1)	(1,2)

Figura 14 - Aplicação da dominância iteração 1

Fonte: WATSON,2013

a. Com o novo conjunto de estratégias, o jogador 2 vê que a estratégia A do jogador 1 também é dominada, portanto ele infere que o mesmo nunca a jogará, alterando o jogo mais uma vez, para o jogo representado pela Figura 15:

1 \ 2	Y	Z
B	(3,1)	(1,2)

Figura 15 - Aplicação da dominância iteração 2

Fonte: WATSON,2013

b. Finalmente, o jogador 1 infere que a estratégia Y do jogador 2 é dominada por Z, portanto o jogo pode ser representado pela Figura 16.

1 \ 2	Z
B	(1,2)

Figura 16 - Aplicação da dominância final

Fonte: WATSON,2013

Desse modo, o conjunto de estratégias racionais para o jogo fica R = {B,Z}.

O mesmo pode ocorrer com jogos em que existem estratégias dominadas por estratégias mistas, como é o caso do jogo da Figura 17.

1 \ 2	D	E	F
A	(0,5)	(2,3)	(2,3)
B	(2,3)	(0,5)	(3*,2)
C	(5*,0)	(3*,2)	(2,3)

Figura 17 - Jogo dominado por estratégia mista

Fonte: WATSON,2013

Neste caso, pode se observar que independente da estratégia que o jogador 2 escolha, A nunca é uma melhor resposta (as melhores respostas para o jogador 1 estão demarcadas com *), portanto, existe uma estratégia mista de B e C que domina A. Assim, pela deleção iterativa, pode-se excluir a mesma e pensar em um novo jogo, tal como representado pela Figura 18:

1 \ 2	D	E	F
B	(2,3)	(0,5)	(3,2)
C	(5,0)	(3,2)	(2,3)

Figura 18 - Jogo dominado por estratégia mista iteração 1

Fonte: AUTOR

Com o novo conjunto de estratégias, vê-se que D é dominada por E, para o jogador 2, obtendo o jogo mostrado pela Figura 19.

1 \ 2	E	F
B	(0,5)	(3,2)
C	(3,2)	(2,3)

Figura 19 - Jogo dominado por estratégia mista iteração 2

Fonte: AUTOR

Desse modo, o conjunto de estratégias racionais para o jogo fica R = {B,C} X {C,B}

2.1.13 Equilíbrio de Nash:

O equilíbrio de Nash é assim denominado pois se trata do conjunto de estratégias que são melhores-respostas para todos os jogadores, matematicamente:

Um perfil de estratégias s ∈ S é um equilíbrio de Nash se, e somente se, $s_i \in BR_1(S_{-1})$ para todo jogador i. Isto é,

$$\mu_i(s_i, s_{-1}) \geq \mu_i(s'_i, s_{-1}) \text{ para todo } s_i' \in \text{S e todo jogador i.}$$

Para se encontrar o equilíbrio de Nash em jogos matriciais pouco deve ser feito, bastando mapear as melhores respostas de um jogador em relação às estratégias do outro. O jogo da Figura 20 está explicitando qual a melhor estratégia para o jogador 1 (com um traço no número), no caso de o jogador 2 optar pela estratégia X,

1 \ 2	X	Y	Z
J	(5,6)	(3,7)	(0,4)
K	($\underline{8}$,3)	(3,1)	(5,2)
L	(7,5)	(4,4)	(5,6)
M	(3,4)	(7,5)	(3,3)

Figura 20 - Melhor resposta do jogador 1 dada escolha X do jogador 2

Fonte:WATSON,2013

na medida em que 8 é o maior *payoff* para o jogador 1.

A Figura 21 mostra o mesmo jogo seguindo a lógica demonstrada acima, ou seja, com todas as melhores-respostas destacadas:

1 \ 2	X	Y	Z
J	(5,6)	(3,$\underline{7}$)	(0,4)
K	($\underline{8}$,$\underline{3}$)	(3,1)	($\underline{5}$,2)
L	(7,5)	(4,4)	($\underline{5}$,$\underline{6}$)
M	(3,4)	($\underline{7}$,$\underline{5}$)	(3,3)

Figura 21 - Melhores respostas para ambos os jogadores

Fonte: AUTOR

Este jogo possui mais do que 1 equilíbrio de Nash, estes se encontram em todas as células da matriz em que ambos os valores estão sublinhados, como destaca a Figura 22.

1 \ 2	X	Y	Z
J	(5,6)	(3,7)	(0,4)
K	(8,3)	(3,1)	(5,2)
L	(7,5)	(4,4)	(5,6)
M	(3,4)	(7,5)	(3,3)

Figura 22 - Equilíbrio de Nash

Fonte: AUTOR

2.2 JOGOS CLÁSSICOS

O dilema dos prisioneiros é o jogo mais conhecido e estudado em Teoria dos Jogos, e dita o seguinte caso: Dois criminosos que cometeram um crime juntos estão sendo interrogados pela polícia, porém ambos são interrogados em salas separadas e não possuem comunicação um com o outro. O delegado não acredita ter provas suficientes para que eles sejam condenados e, por esse motivo, pediu para que cada um deles confessasse, dizendo o seguinte: “Se apenas um de vocês confessar o crime e testemunhar contra o outro, o que confessar está solto e o acusado pega 20 anos de prisão. Se ambos confessarem o crime, ambos ficarão presos por cinco anos, e se nenhum dos dois confessar, eu consigo acusações no mínimo por desacato que serão suficientes para que ambos fiquem presos por um ano”.

A matriz de *payoffs* para o jogo é ilustrada na Figura 23.

Prisioneiro 1 \ Prisioneiro 2	Confessar	Não confessar
Confessar	(-5,-5)	(0,-20)
Não confessar	(-20,0)	(-1,-1)

Figura 23 - Equilíbrio de Nash , Dilema dos prisioneiros

Fonte: COLIN,2007

Mas esta é uma decisão perigosa, pois o real dilema é: os prisioneiros podem confiar que o seu parceiro irá também confessar? Se não, o primeiro prisioneiro se arrisca a pegar 20 anos de prisão, ficando assim a tentação de priorizar os interessem pessoais em detrimento do ganho coletivo.

A melhor estratégia para o bem coletivo, no entanto, não é o equilíbrio de Nash, como se vê na Figura 24, dado que, se ambos os prisioneiros ficarem calados, cumpririam somente 1 ano de detenção:

Prisioneiro 1 \ Prisioneiro 2	Confessar	Não confessar
Confessar	(-5,-5)	(0,-20)
Não confessar	(-20,0)	(-1,-1)

Figura 24 - Solução ideal dilema dos prisioneiros

Fonte: COLIN,2007

O dilema pode ser entendido como um problema corriqueiro a todas as sociedades, por exemplo: uma pessoa está prestes a ser notificada com uma multa de trânsito por um guarda, pensando somente em seus ganhos individuais a mesma suborna o guarda para não a multar (partindo da premissa de que as leis de trânsito servem para bem comum), com essa atitude, ela acaba de "trair" o bem-estar comum à sociedade, em busca de ganhos pessoais.

Um outro exemplo de jogo clássico é a tragédia dos comuns;

Ainda com teor de relações de “traição”, a tragédia dos comuns “paraboliza” uma outra situação de interação humana, nesse caso o uso dos bens comuns.

Adam Smith, no seu clássico “Wealth of Nations” ou A riqueza das nações (1776), popularizou a mão invisível (do mercado), ou seja, a ideia de que um indivíduo que almeja somente os seus ganhos é guiado por uma força que promove o bem comum! Embora Adam Smith não tenha clamado que é invariavelmente verdade, sua teoria ganhou força avassaladora, ficando conhecida como a lei da “oferta e procura”.

Uma primeira refutação à mão invisível foi esboçada em 1833 por um matemático amador chamado William Forster Lloyd (1794 – 1852), podendo ser considerado o surgimento do conceito da tragédia dos comuns.

A tragédia se desenvolve da seguinte forma: em um pasto aberto a todos (como era antes da lei do cercamento), é de se imaginar que cada criador de gado tentará conseguir que a maior quantidade de gado possível pasteie no bem comum. Tal modelo pode ter se desenvolvido bem por muitos anos, devido às guerras tribais e doenças, que mantinham baixos os números tanto de humanos quanto de animais, porém, finalmente chega o dia em que estabilidade social se torna uma realidade.

Como ser racional, cada criador de gado espera maximizar seus ganhos, explicitamente ou implicitamente, mais ou menos consciente ele se pergunta “Qual a utilidade para mim, em adicionar mais um animal ou rebanho?”.

A- A parte positiva é uma função do incremento de um animal, na medida em que o criador recebe todos os benefícios pela venda de cada animal, gerando um *payoff* ilustrativo de +1.

B- A parte negativa está na função decrescimento do pasto, gerado pelo acréscimo de um animal, como os efeitos desse lado negativo são divididos por todos os criadores, o *payoff* para este cenário é somente uma fração de -1.

Somando os *payoffs*, o criador racional percebe que a única decisão ponderada a se tomar é adicionar um novo animal, por consecutivas vezes. Mas a essa mesma conclusão chegam todos os criadores de gado que estão dividindo o pasto, e aí reside a tragédia toda: cada pessoa está presa a um sistema que a compele a aumentar seus animais ilimitadamente, em um mundo necessariamente limitado.

Esse caso pode ser muito bem explicitado na atualidade por um conjunto de apartamentos, em que o total da conta de agua é dividido pelos moradores, o que garante que alguns moradores não estão aumentando o seu consumo próprio de água e dessa maneira, dividindo as despesas com todos? (HARDIN, 1968).

3. METODOLOGIA

O trabalho foi dividido em três partes:

1. Aplicação de um jogo às turmas de engenharia de produção e posterior coleta dos dados e análise estatística dos dados obtidos com o jogo.

2. Revisão bibliográfica sobre o assunto

3. Correlação de jogos com a engenharia de produção; Este capítulo se dedica exclusivamente às aplicações e paralelos que podem ser traçados entre a Teoria dos Jogos e a engenharia de produção. A fim de se dar um destaque justamente nesta última, os tópicos não estão organizados pelo tema Teoria dos Jogos, e sim pelas disciplinas em engenharia de produção, facilitando assim uma busca por parte das engenharias.

Os tópicos da terceira parte estão organizados da seguinte forma:

1. Título: Nome da disciplina.
2. Curta descrição: Descrição da disciplina.
3. Teoria: Qual conceito da teoria dos jogos está relacionado.
4. Subárea: Se existir, à qual subárea o assunto faz parte.

4. APLICAÇÃO DE UM JOGO AVALIATIVO ÀS TURMAS DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

4.1 Definição e contextualização do jogo.

Muito se espera dos engenheiros de produção por parte do mercado, além de conhecer especificidades de processos, uma abordagem global e sistêmica é necessária, planejamentos estratégicos serão sempre uma parte da rotina do engenheiro, desde planejamentos específicos, como em qualidade e PCP, até definições de estratégias de mercado e viabilidade de negócios se encontram no bojo de suas possíveis responsabilidades.

Visualizada por esse prisma, a Teoria dos Jogos pode colaborar, e muito, para que os engenheiros criem e desenvolvam esse tipo de pensamento, aqui chamado de estratégico, que pode, ao longo do tempo, ser lapidado e moldado, bastando a ciência de que o mesmo necessita de uma prática recorrente.

A fim de se verificar o nível deste pensamento estratégico por parte dos alunos de Engenharia de produção, um jogo foi aplicado aos mesmos. O resultado não pode ser considerado como verdade absoluta, na medida em que não é tarefa simples, mesmo para especialistas no assunto, classificar um grupo segundo suas capacidades e habilidades intelectuais. Porém, o mesmo pode seguramente ser um indicativo de como este grupo está pensando, e desse modo avaliar, mesmo que superficialmente, o pano de fundo que gera estas condições, no caso o ensino da disciplina ministrado pela universidade.

O objetivo principal do jogo foi o de verificar se existe um padrão de construção de pensamento lógico-estratégico crescente, por ano de curso, o que de fato seria o resultado ideal, na medida em que conforme os anos vão passando, espera-se que os alunos desenvolvam estas habilidades, bem como o senso crítico.

Por esse motivo o jogo foi aplicado a uma turma de cada ano do curso de engenharia de produção, a fim de verificar se de fato existe algum tipo de tendência entre os dados.

O jogo em si tem a seguinte dinâmica:

Cada aluno escolhe um número de 1 a 100, o vencedor (ou vencedores) do jogo é o aluno (ou alunos) que colocou (colocaram) o valor mais próximo de 2/3 da média geral de todos os participantes. Por exemplo, se três alunos A, B e C participassem, com os números 50, 60 e 30, respectivamente, o vencedor seria o aluno C, na medida em que a 2/3 da média geral fica:

$$\frac{2}{3} \times \bar{M} = \frac{2}{3}\left(\frac{50 + 60 + 30}{3}\right) = 31{,}11111111$$

Vale ressaltar que o (s) aluno (s) vencedor (es) recebe (m) uma recompensa de R$20,00 (dividido entre vários, se for o caso de mais de um jogador escolher o mesmo número, mais próximo de 2/3 da média).

O pensamento estratégico aqui se faz na medida em que todos os alunos sabem as regras do jogo, sabem que seus colegas sabem as regras do jogo, e também que seus colegas sabem que eles sabem as regras do jogo. Dessa maneira, existe um pensamento lógico de eliminações de números, diretamente proporcional à profundidade da estratégia escolhida.

No primeiro nível, que se espera não ser a escolha de nenhum aluno, são os números acima de 66,666 dado que os números podem ser escolhidos de 1 a 100, tem-se que o máximo fica:

$$\frac{2}{3}\left(\frac{100 + 100 + 100 + \cdots n}{n}\right) = 66{,}666$$

Portanto a primeira estratégia eliminatória é:

1. *"Se todos os alunos escolhessem o valor máximo (100), 2/3 da média traria um resultado de 66,666, portanto é impossível que qualquer valor acima de 66,666 seja uma estratégia vencedora"*

Desse modo, todos os números acima de 66,666 podem ser "eliminados" das possíveis estratégias a serem tomadas. As estratégias que pela lógica nunca são escolhidas, em Teoria dos Jogos são chamadas de *estratégias dominadas.*

Com essa analise em mente, pode-se supor que todos os alunos serão lógicos a ponto de chegarem a esta mesma conclusão, fazendo com que nenhum escolha algum número maior do que 66,666. O que acarreta em mais uma eliminação:

1. *"Se todos escolherem o maior número possível (100), 2/3 da média nunca ultrapassará 66,666. Supondo que, como eu, todos os meus adversários são racionais, posso inferir que vão pensar do mesmo modo, fazendo do número 66,666 o maior valor que alguém escolheria.*

Desse modo, novamente tem-se que todos os participantes calculariam 2/3 sobre o novo máximo, sendo este:

$$\frac{2}{3}\left(\frac{66{,}666 + 66{,}666 + 66{,}666 + \cdots n}{n}\right) = 44{,}444$$

Assim, pelo mesmo método, elimina-se os valores acima de 44,444 das estratégias possíveis.

A situação descrita pode ser melhor visualizada pela Figura 25, simulando o mesmo método por diversas iterações:

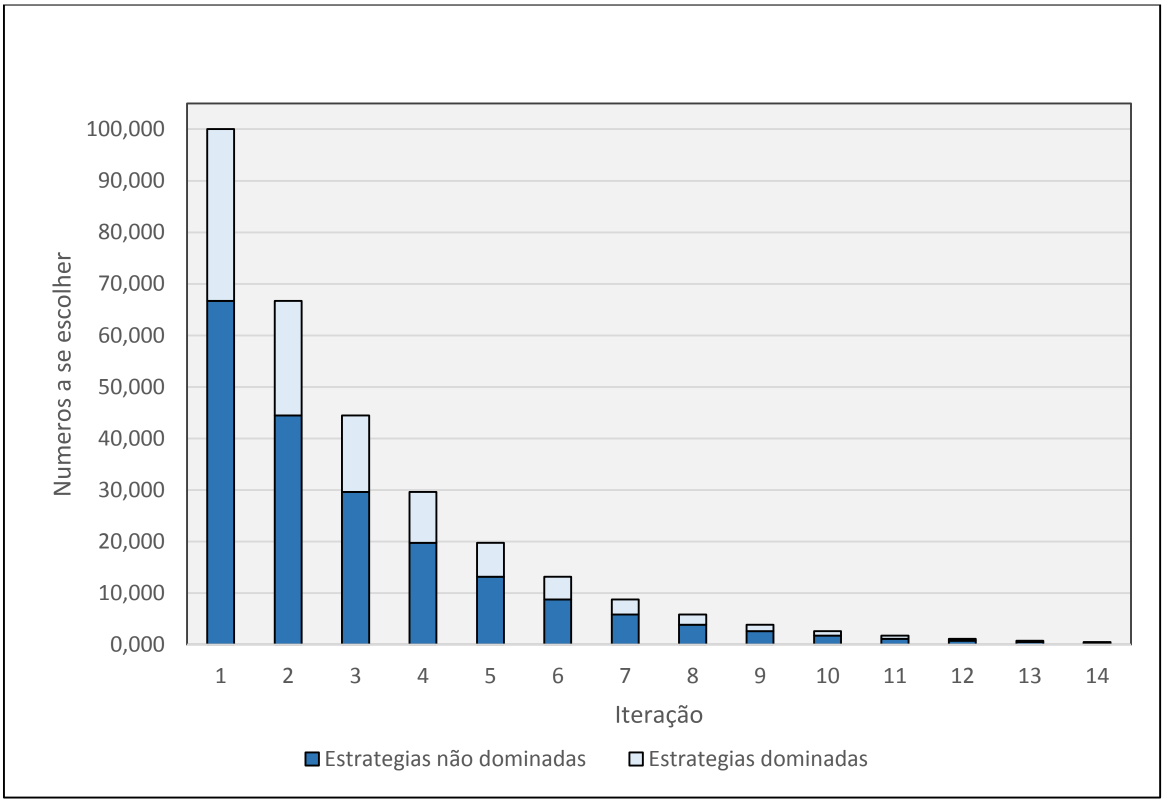

Figura 25 - Estratégias dominadas x Iterações

Fonte: AUTOR

Vê-se claramente que se a deleção continuar por várias iterações, o valor da estratégia "ótima" tenderá a 0[1], como mostrado na Figura 1, já que pela regra do jogo, a estratégia escolhida deve estar contida em [1,100] a escolha que mais se aproxima da "ideal" é o número 1.

[1] A propriedade pode ser comprovada usando o Cálculo de séries infinitas.

Por esse motivo pode-se inferir que quanto menores forem os valores escolhidos pelos jogadores, maiores foram as suas rodadas de deleção iterativa, e, portanto, mais treinado é o seu pensamento estratégico.

Os valores não serão avaliados individualmente, na medida em que o objetivo é visualizar o comportamento do “grupo” por anos dos cursos, nesse sentido, uma amostra de uma turma de cada ano foi convidada a realizar o jogo.

4.2 Dados e análises

Análise descritiva

O Quadro 1 apresenta as medidas descritivas das amostras:

Tabela 1 - Análise descritiva, separado por turmas

	Mínimo	Mediana	Média	Moda	Variância	Desvio Padrão	Coeficiente de Variação	Máximo
1º Ano	6	37	39	37 e 40	447,56	21,15	54,38%	99
2º Ano	14	35	38	64	408,25	20,20	52,88%	79
3º Ano	1	32	31	33	318,94	17,85	58,24%	77
4º Ano	14	34	34	44	186,48	13,65	39,91%	57
5º Ano	6	33	30	7, 23, 33 e 41	239,46	15,47	51,12%	62

O quadro 1 já apresenta um indicativo do comportamento das amostras, o máximo obtido por 3 turmas (1º, 2º e 3º ano) foi superior ao máximo possível pela primeira iteração, dessa forma, alguns alunos nem sequer pensaram em verificar quanto seria 2/3 do máximo possível.

A análise descritiva para todos os alunos é apresentada no Quadro 2.

Tabela 2 - Analise descritiva, geral

	Mínimo	Mediana	Média	Moda	Variância	Desvio Padrão	Coeficiente de Variação	Máximo
1º Ano	6	37	39	37 e 40	447,56	21,15	54,38%	99
2º Ano	14	35	38	64	408,25	20,20	52,88%	79
3º Ano	1	32	31	33	318,94	17,85	58,24%	77
4º Ano	14	34	34	44	186,48	13,65	39,91%	57
5º Ano	6	33	30	7, 23, 33 e 41	239,46	15,47	51,12%	62
Todas as Turmas	1	33	34	33	326,16	18,06	53,78%	99

O interesse principal, porém, é a análise das respostas das turmas em conjunto, portanto, uma comparação das médias nos indica se existe ou não uma tendência na escolha das estratégias, de acordo com o período cursado. A Figura 26 ilustra a situação de comparação das médias:

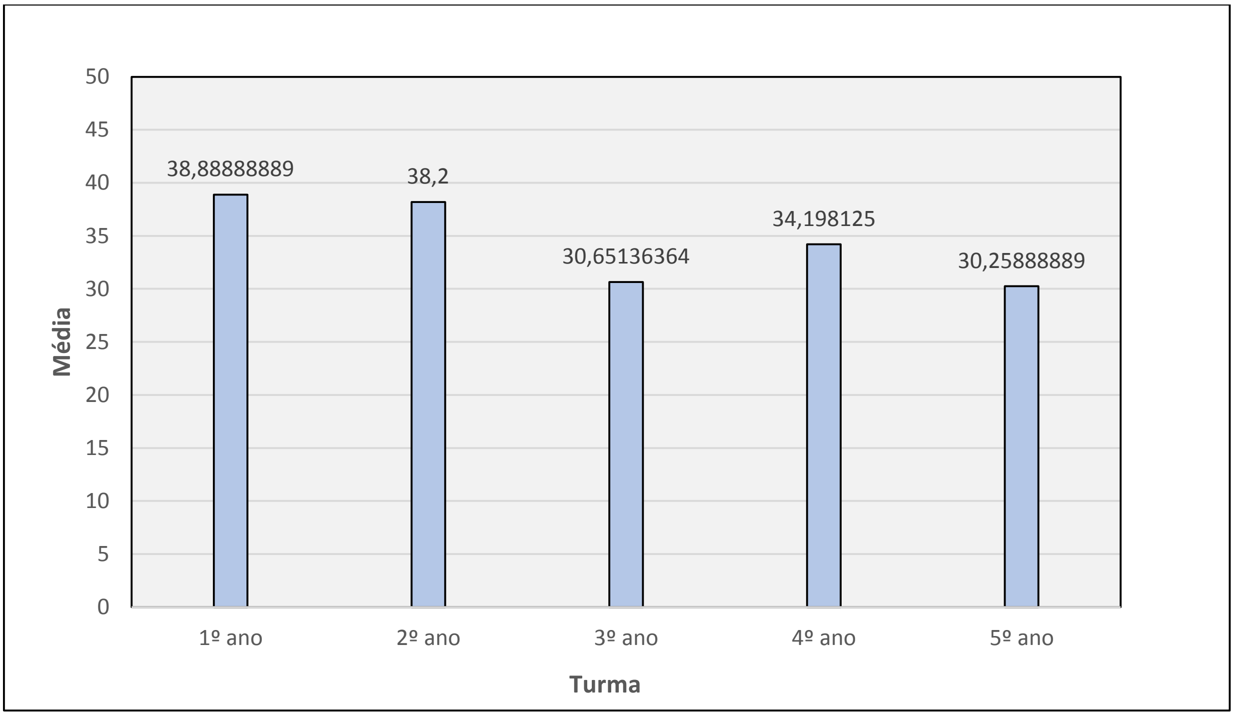

Figura 26 - Média por turmas

Fonte: AUTOR

Mesmo plotadas no gráfico, aparentemente não existe um padrão bem definido de crescimento ou decrescimento das médias. Dessa forma, sem uma análise estatística, pode-se tomar o indicativo de que o conhecimento estratégico dos alunos da Universidade, em nada é alterado mediante o passar dos anos.

A análise do histograma geral (com todos os alunos), apresentado na Figura 27, mostra em quais porcentagens de alunos escolheram quais números (faixas de números, no caso do histograma abaixo, de 0-10, de 10-20...90-100):

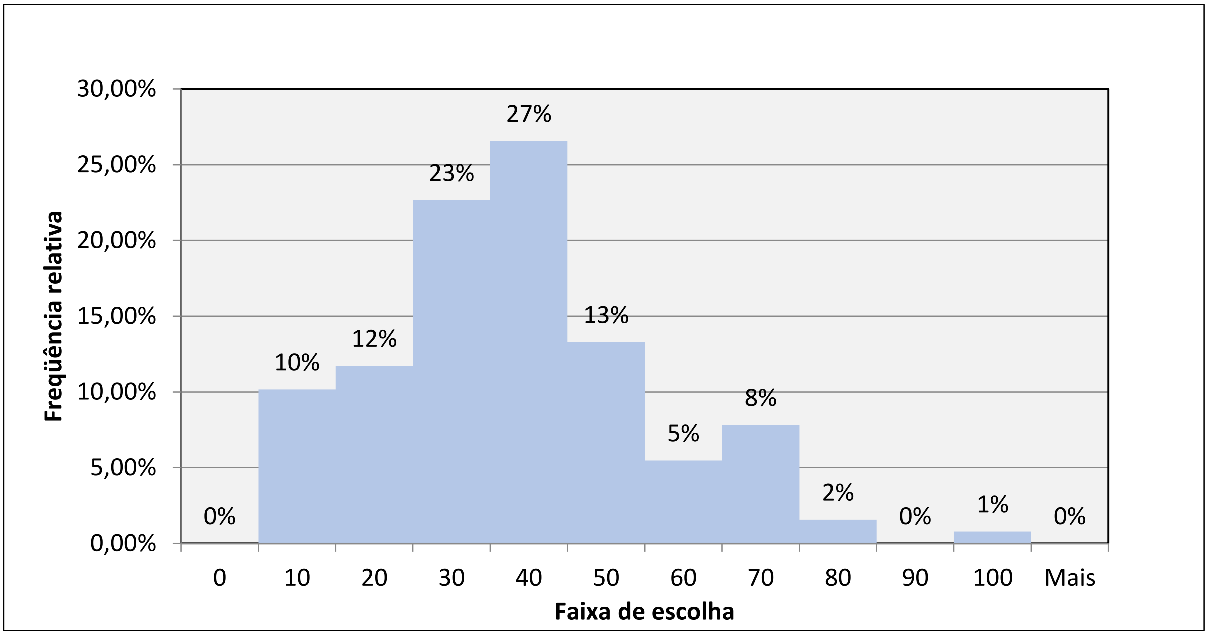

Figura 210 - Histograma total Fonte:

AUTOR

Pelo histograma da Figura 28, vê-se que a maior parte dos alunos (50%) optou por um número entre 30 e 50, e ainda, mais de 11% escolheram estratégias que são impossíveis de serem vitoriosas:

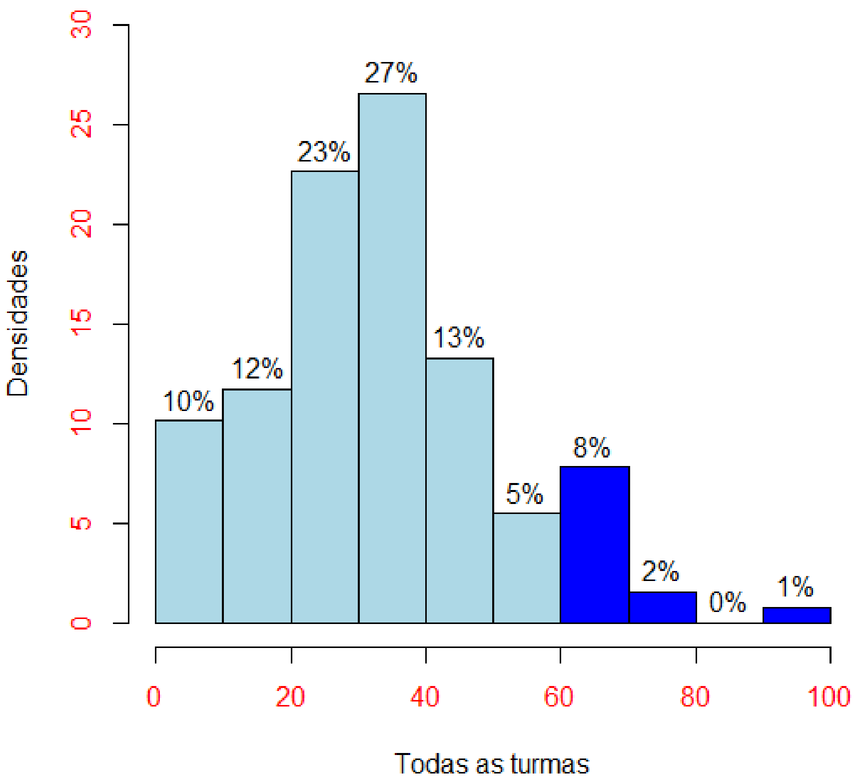

Figura 28 - Histograma total, destaque para % de alunos que optaram por estratégias impossíveis de serem vitoriosas
Fonte: AUTOR

A Figura 29 mostra os histogramas por turmas:

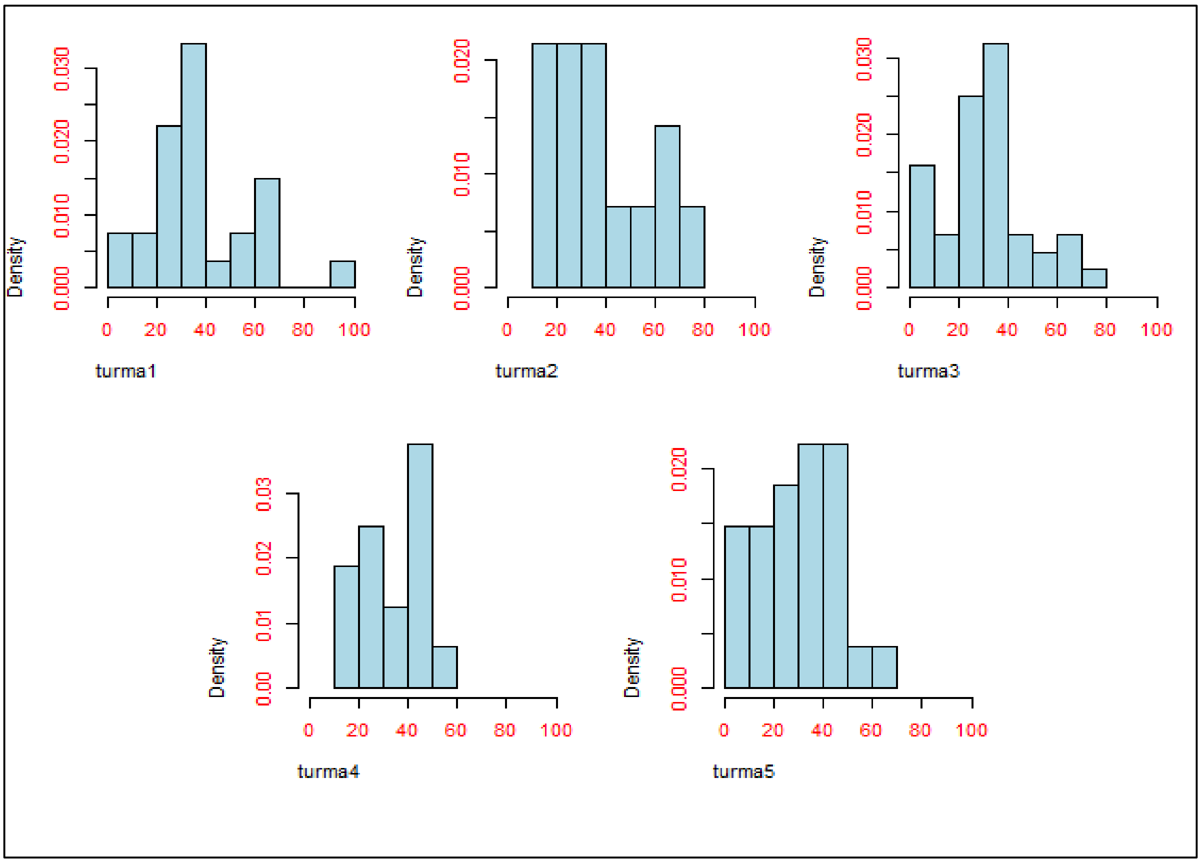

Figura 29 - Histogramas por turmas

Fonte: AUTOR

Análise de variância (ANOVA)

Com o objetivo de comparar os números médios escolhidos para todas as turmas consideradas, realizou-se a análise de variância (ANOVA) para estes grupos. Os resultados obtidos são apresentados no Quadro 3:

Tabela 3 - Análise de variância

Fontes de Variação	Somas de Quadrados	g.l	Quadrados Médios	Valor F	p-valor
Entre Turmas	1741,096	4	435,274	1,349194863	0,2556
Dentro das Turmas	39681,964	123	322,6175935		
Total	41423,060	127			

Com base na Figura 6, considerando um nível de significância de 5%, não se rejeita a hipótese de igualdade dos números médios das 5 turmas avaliadas (pois p-valor>5%). Assim, pode-se dizer que ao nível de 5% de significância, existem evidências amostrais de que os números médios escolhidos pelas cinco turmas são estatisticamente iguais.

5. DESENVOLVIMENTO

5.1 MARKETING/DESENVOLVIMENTO DE PRODUTOS.

Marketing "é o conjunto de *estratégias* e ações que provêm o desenvolvimento, o lançamento e a sustentação de um produto ou serviço no mercado consumidor" (Dicionário Novo Aurélio).

Já é de conhecimento comum o *marketing* ser uma área com amplos alicerces na estratégia clássica, e não é de se surpreender o fato de vários livros de guerra serem adaptados ao mercado atual, tal como o famoso manuscrito de Sun-Tzu, "A arte da guerra", em que os novos autores traçam paralelos entre o mercado e o campo de batalha, a moral das tropas e o desempenho da equipe, bem como muitos outros, ou ainda uma abordagem totalmente empírica, como "*Marketing* de guerra", de Al Ries e Jack Trout.

<u>Teoria</u>: Deleção iterativa.

<u>Subárea</u>: Composição de produtos.

Supondo que uma indústria de produtos alimentícios venda biscoitos açucarados, uma decisão a ser tomada ao se criar um novo biscoito deve ser a quantidade de açúcar do novo biscoito, ou seja, se o mesmo será mais amargo ou mais doce. A mesma decisão deve ser tomada por uma indústria concorrente.

Os biscoitos devem estar posicionados em algum lugar do "espectro" de açúcar representado pela Figura 30, em que 1 representa sem açúcar, e 9 muito açúcar. Os consumidores estão divididos em partes iguais (100 consumidores) por todas as faixas de açúcar, e são propensos a consumir o biscoito que estiver mais próximo do seu gosto. Se os biscoitos possuírem as quantidades de açúcar que atraiam os mesmos clientes, estes são divididos igualmente para cada biscoito.

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Figura 30 - Espectro de "Açúcar"

Fonte: WATSON,2013

O espaço de estratégia para indústria 1 é $S_1 = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Se a indústria 1 (I1) escolher a posição 2 e a indústria 2 (I2) a posição 5, I1 tem um *payoff* de $\mu_{I1}(2,5) = 3x100 = 300$, e I2 um *payoff* de $\mu_{I2}(2,5) = 6x100 = 600$.

Quando I1 escolhe 1 e I2 9, os *payoffs* são iguais $\mu_{I1}(1,9) = 4{,}5x100 = 450$, $\mu_{I2}(1,9) = 4{,}5x100 = 450$.

Para determinar o conjunto de estratégias racionais, a deleção iterativa de estratégias dominadas deve ser utilizada. Se I1 escolhe 1 e I2 escolhe 1, ambos dividem todas as regiões. Se I1 escolhe 1 e I2 2, então $\mu_{I1}(1,2) = 0{,}5x100 = 50 < \mu_{I2}(1,2) = 8{,}5x100 = 850$. Se I1 escolhe 1 e I2 escolhe 3 então, $\mu_{I1}(1,3) = 1{,}5x100 = 150 < \mu_{I2}(1,3) = 7{,}5x100 = 750$.

Disso resulta que $\mu_{I1}\ (1,y) < \mu_{I1}\ (2,y)$ com y = 1,2,3...9 ou seja, a estratégia 2 domina a estratégia 1, e a mesma é verdade também para o jogador 2. Pelo mesmo raciocínio, a estratégia 9 também é dominada pela 8. Excluindo as estratégias 1 e 9, o conjunto de estratégias não dominadas fica R=$\{2,3,4,5,6,7,8\}$. A Figura 31 representa as estratégias reduzidas do jogo em questão:

~~1~~	2	3	4	5	6	7	8	~~9~~

Figura 31 - Estratégia reduzida R={2,3,4,5,6,7,8};

Fonte: WATSON,2013

Com o novo espaço de estratégias, o mesmo método deve ser aplicado, resultando que $\mu_{I1}(2,y) < \mu_{I1}(3,y)$ com y = 2,3,4,5,6,7,8 e, como na última iteração, as estratégias 2 e 8 agora são dominadas e podem ser eliminadas, e R=$\{3,4,5,6,7\}$. A nova redução é apresentada pela Figura 32.

~~2~~	3	4	5	6	7	~~8~~

Figura 32 - Estratégia reduzida R={3,4,5,6,7}

Fonte: AUTOR

Continuando com as iterações, como mostram as Figuras 33 e 34, chega-se no conjunto de estratégias racionais R=$\{5,5\}$;

~~3~~	4	5	6	~~7~~

Figura 33 - Estratégia reduzida R={4,5,6}

Fonte: AUTOR

~~4~~	5	~~6~~

Figura 34 - Estratégia reduzida R={5}

Fonte: AUTOR

Pela racionalização, o método diz que ambas as indústrias devem lançar os seus biscoitos com gostos parecidos, com quantidades nem tão altas e não tão baixas de açúcar.

5.2 CONTROLE DE QUALIDADE.

De acordo com o Dicionário Michaelis (2008), a palavra “qualidade” deriva do latim *qualitate* e significa atributo, condição natural ou propriedade pela qual algo ou alguém se individualiza, distinguindo-se dos demais. No tangente à Engenharia de produção, a descrição não poderia ser mais acurada, na medida em que é dever do engenheiro garantir a superioridade de um bem ou serviço perante os seus concorrentes, aumentando a sua excelência e individualidade, por meio de ferramentas práticas.

Teoria: Deleção iterativa.

Subárea: Controle de fornecedores.

Muito se é estudado sobre as relações travadas entre as empresas e seus fornecedores, pois é de interesse crucial das primeiras a garantia de que os “componentes terceirizados” do fornecedor estejam com um padrão de qualidade alinhados aos seus próprios, garantindo assim a excelência do conjunto final.

Da mesma forma, a empresa fornecedora dos componentes está mutuamente interessada em garantir os padrões de qualidade, para que dessa forma, garanta a satisfação da empresa compradora, viabilizando a continuidade do fornecimento.

Esse é um caso em que deve existir uma cooperação entre as partes, para que ambas possam colher os resultados dos serviços prestados. Se a questão for colocada sob o âmbito financeiro, pode-se dizer que ambas despendem horas para o controle de qualidade. Supondo que o responsável pelo controle de qualidade da empresa compradora realize auditorias em seu fornecedor (sozinho), e da mesma forma, o responsável pela qualidade da empresa fornecedora deve, por sua vez, também realizar auditorias, sendo estas as chamadas “internas”, e ainda, os dois responsáveis pela qualidade podem trabalhar em conjunto. O caso é explicitado na Figura 35.

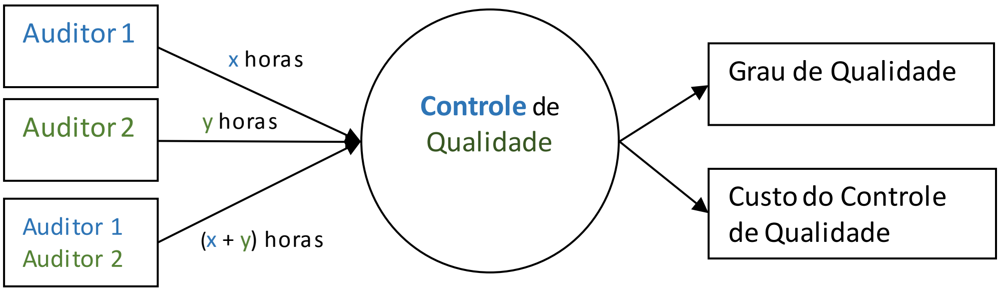

Figura 35 – Fluxograma

Fonte: AUTOR

Dessa perspectiva, a relação pode ser vista como um jogo em que os participantes devem escolher a sua melhor estratégia, ou seja, quantas horas cada um deve despender no controle de qualidade, a fim de garantir o melhor resultado do conjunto (para notação, empresa = jogador 1 e fornecedor = jogador 2).

Supondo um modelo extremamente simplista para a questão, e ainda assumindo que os lucros de ambas as partes são iguais mediante a venda do produto, uma possível função para o problema é apresentada pela Equação 1:

$$Lucro\ total: \quad p = 4(x + y + cxy) \tag{1}$$

Em que *p* representa o lucro adquirido, *x* é a quantidade de horas que a empresa despende com o controle de qualidade de seu fornecedor, e *y* a quantidade gasta pelo fornecedor. O valor *c* é uma constante positiva, assumida entre 0 e 1/4, seu objetivo é medir quão complementares são as auditorias e controles entre as empresas.

Por essas horas gastas em controle, a empresa tem um custo de

$$C_1(x) = x^2$$

e o fornecedor de

$$C_2(y) = y^2$$

Supondo que as empresas devem fazer um controle diário, e o mesmo não pode passar de quatro horas/dia.

As partes buscam maximizar os seus lucros individuais,

$$L_1(x) = \frac{Lucro\ total}{2} - Custo(x)$$

$$L_1(x) = \frac{p}{2} - C_1(x)$$

$$L_1(x) = \frac{p}{2} - x^2$$

Da mesma forma, o lucro do fornecedor (jogador 2) é:

$$L_2(y) = \frac{p}{2} - y^2$$

Em notação de Teoria dos Jogos, tem-se que o espaço de estratégias, tanto para o fornecedor quanto para a empresa, é o conjunto de números entre 0 e 4, $S_1 = [O, 4]$ e $S_2 = [O, 4]$, pois nenhum dos dois pode realizar mais do que 4 horas/dia.

A função *payoff* (ou lucro) para os jogadores fica então:

$$\mu_1 = 2(x + y + cxy) - x^2 \qquad (2)$$

$$\mu_2 = 2(x + y + cxy) - y^2 \qquad (3)$$

Como os jogadores possuem um número infinito de estratégias, não é possível representar o jogo em sua forma normal (matriz de resultados).

Dada uma crença que a empresa cria a respeito do fornecedor, ela pode selecionar a melhor resposta para esse cenário, ou seja, aquela que maximize o seu *payoff* esperado, esse valor é dado pela função

$$Maximizar\ Lucro = Maximizar\ Payoff$$

$$MAX\ \mu_1 = MAX\ \ 2(x + \bar{y} + cx\bar{y}) - x^2$$

em que $\bar{y}$ é o valor médio das crenças da empresa sobre o fornecedor. Para encontrar o máximo da função, basta deriva-la em função de *x* e iguala-la a zero*:*

$$\frac{d}{dx}\ 2(x + \bar{y} + cx\bar{y}) - x^2$$

$$= 2 + 2c\bar{y} - 2x$$

Com a segunda derivada negativa, garante-se que a função é máxima.

Resolvendo para *x*, tem-se que a melhor resposta para o jogador 1, em função da probabilidade do jogador 2 é:

$$BR_1(\bar{y}) = 1 + c\bar{y}$$

Da mesma forma, para o jogador 2:

$$BR_2(\bar{x}) = 1 + c\bar{x}$$

As duas funções estão plotadas no gráfico da Figura 36:

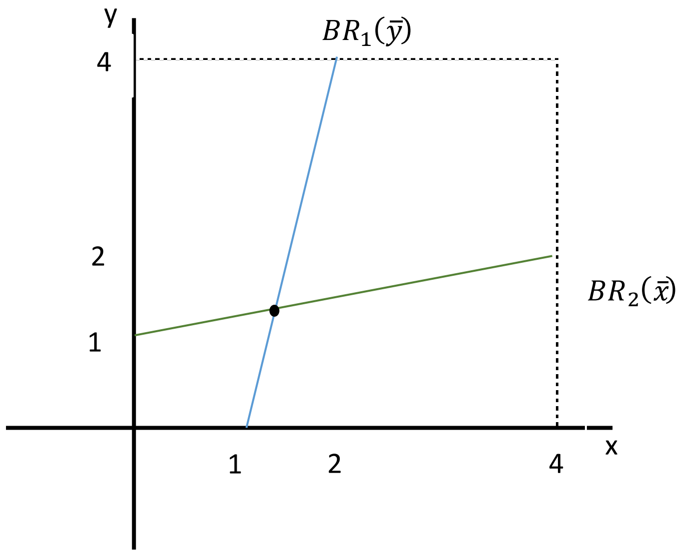

Figura 36 - Gráfico melhor resposta Jogador 1 e Jogador 2

Fonte: WATSON,2013

Como $c < 1/4$ sabe-se que $1+4c$ (maior valor possível para a função) < 2.

Com a visualização gráfica, é possível identificar a linha melhor-resposta dos jogadores, e também que, para valores < 1 e > $1 + 4c$ não existem melhores resposta, portanto por definição, estes são conjuntos de estratégias dominadas. O jogador 1 sabe (pela racionalidade), que o jogador 2 tem um espaço de estratégia entre 0 e 4, porém, que o mesmo também sabe quais são as suas estratégias dominadas, e que por esse motivo o jogador 2 nunca escolheria uma destas, isso leva o jogador 1 a crer que o espaço de estratégias do jogador 2 será reduzido. A mesma racionalidade é aplicada ao jogador 2, assim, o gráfico da Figura 37 explicita as áreas em que as estratégias estão dominadas (áreas com hachuras).

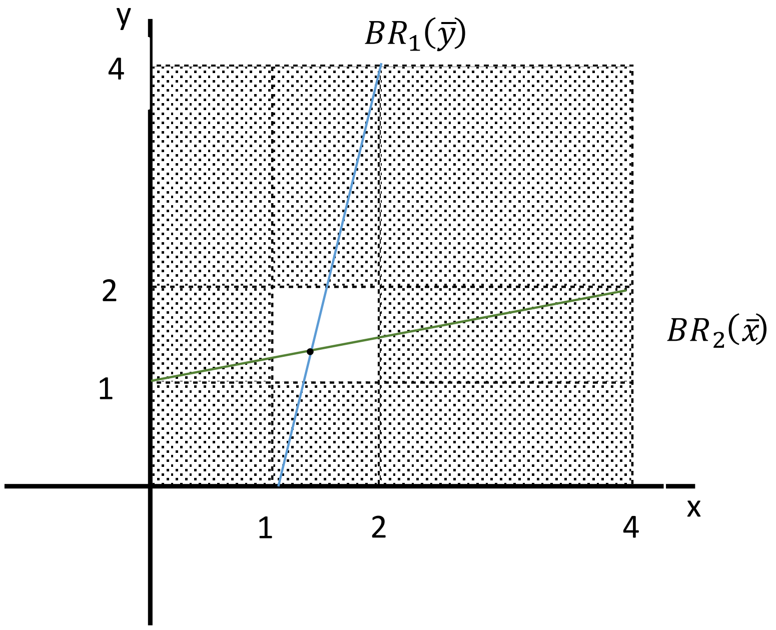

Figura 37 - Deleção 1ª iteração

Fonte: AUTOR

Nesse caso, o espaço de estratégias inicial [0,4] passa, após a primeira deleção de estratégias dominadas a ser R = [1, 1 + 4c], para ambos os jogadores.

Já no segundo nível de dominância, o jogador 1 sabe que a estratégia do jogador 2 estará contida no espaço [1, 1 + 4c], da mesma forma o jogador 2 cultiva as mesmas expectativas a respeito das estratégias do jogador 1, desse modo, a melhor resposta do jogador 1 deve estar contida no espaço [1 + c, c (1+ 4c)]. Esse resultado é atingido cruzando a função 1 + Cy com y = 1 e com y = 1 + 4c, observando que 1 + c < 1 e c (1 + 4c) < 1 + 4c, portanto o novo conjunto de estratégias não dominadas é menor do que o primeiro, como mostra a Figura 38:

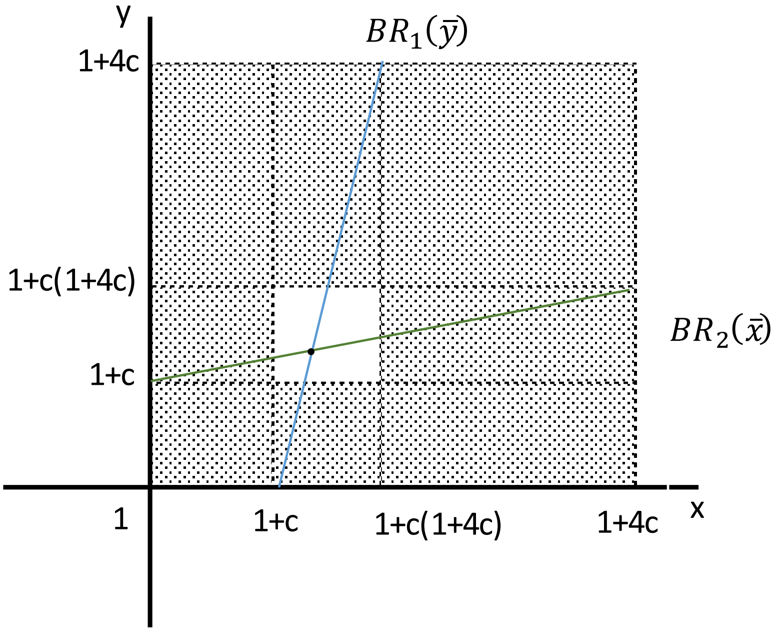

Figura 38 - Deleção 2ª iteração

Fonte: WATSON, 2013

Com isso, vê-se que o espaço de estratégias fica tanto mais reduzido quanto mais iterações forem realizadas. Pelo gráfico fica claro que os espaços convergem para o ponto em que as duas retas de melhor resposta se cruzam (BR), este ponto sendo a resolução do sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{cases} x = 1 + cy \\ y = 1 + cx \end{cases}$$

Portanto,

$$x = \frac{1}{(1-c)}$$

é a única estratégia racionalizável para o jogador 1 e

$$y = \frac{1}{(1-c)}$$

Assim, o conjunto de estratégias racionalizáveis fica

$$R = \left\{\left(\frac{1}{1-c}, \frac{1}{1-c}\right)\right\}.$$

Dado que os jogadores escolherão as suas melhores estratégias, o lucro individual de cada um dos jogadores pode ser encontrado substituindo o conjunto melhor resposta R, em (2) e (3), que resulta em:

$$\mu_{1\left(\frac{1}{1-c},\frac{1}{1-c}\right)} = 2(x + y + cxy) - x^2$$

$$\mu_{1\left(\frac{1}{1-c},\frac{1}{1-c}\right)} = 2\left[\frac{1}{1-c} + \frac{1}{1-c} + \frac{c}{(1-c)^2}\right] - \left(\frac{1}{1-c}\right)^2 =$$

$$= \frac{(3-2c)}{(1-c)^2}$$

O *payoff* do jogador 2 é encontrado da mesma forma,

$$\mu_{2\left(\frac{1}{1-c},\frac{1}{1-c}\right)} = \frac{(3-2c)}{(1-c)^2}$$

Dessa forma, a escolha racional de cada jogador é unicamente uma função da constante adotado na modelagem do problema.

5.3 PLANEJAMENTO DE PRODUÇÃO.

“O planejamento e controle de produção ocupa-se de gerenciar as atividades da operação produtiva de modo a satisfazer continuamente a demanda dos consumidores” (SLACK,2009).

Teoria: Equilíbrio de Nash.

Subárea: Quantidade ideal de produção.

O planejamento de produção, invariavelmente, deve se preocupar com as quantidades de produtos a serem produzidos. Essas quantidades não somente influenciam agentes internos à indústria, como o espaço a ser reservado ou a matéria prima a ser usada, mas também elementos externos à mesma. Uma forte teoria da economia que traça esse paralelo entre as quantidades e a resposta, é a lei da oferta e procura, de Adam Smith, também conhecida como a “Mão invisível do mercado”. Esta dita que é possível descrever o comportamento dos consumidores, em função de quantidades e preços, na medida em que quanto maior a disponibilidade de um produto no mercado, tanto menor será o seu preço de venda.

Um modelo para a situação foi construído em meados de 1800, por Augustin Cournot, ficando conhecido pelo sobrenome de seu criador, “Modelo Cournot”.

Neste modelo, duas indústrias competem de forma a escolher o quanto se deve produzir de determinado produto. Supondo que ambas as firmas produzam exatamente o mesmo produto, portanto para os consumidores não importa de qual empresa o produto será adquirido, supondo também que o produto em questão seja tijolos de construção.

Simultaneamente e independentemente, as indústrias escolhem suas respectivas quantidades de produção. Sendo q_1 a quantidade a ser produzida pela indústria 1 e q_2 a quantidade da indústria 2, em milhares, e assumindo que q_1 e $q_2 \geq 0$. A produção total das industrias é então $q_1 + q_2$.

Considerando que todos os tijolos serão vendidos, mas que o preço que os consumidores estão dispostos a pagar depende do número de tijolos produzidos. A demanda de tijolos é dada pela relação inversa de quantidade-preço (quando o preço cai, consumidores compram mais). Supondo que o preço é dado pela função

$$p = 1000 - q_1 - q_2$$

e também que cada indústria tenha um custo de produção de R$100,00 por milhar de tijolos produzidos. O objetivo de ambas é então maximizar os seus lucros.

Para se chegar a um equilíbrio, primeiramente o jogo deve ser colocado em sua forma normal. Dado que cada indústria seleciona a sua quantidade, tem-se que os espaço de estratégias são:

$$S_1 = [0, \infty)$$

$$S_2 = [0, \infty)$$

O lucro (função *payoff*) de cada empresa é então:

$$\mu_1(q_1, q_2) = (1000 - q_1 - q_2)q_1 - 100q_1$$

$$\mu_2(q_1, q_2) = (1000 - q_1 - q_2)q_2 - 100q_2$$

Para se obter a melhor resposta para a indústria 1, basta derivar μ_1 parcialmente em relação a q_1 e em seguida igualar a 0, resultando em:

$$1000 - 2q_1 - q_2 - 100 = 0$$

Novamente, a segunda derivada negativa garante ser um ponto de máximo e não mínimo da função.

Resolvendo para q_1 tem-se

$$q_1 = 450 - q_2/2,$$

assim a melhor resposta para o jogador 1 é.

$$BR_1(q_2) = 450 - q_2/2,$$

como o jogo é simétrico, então:

$$BR_2(q_1) = 450 - q_1/2$$

Desse modo, para se obter o equilíbrio basta encontrar a solução que satisfaça ambas as funções melhor resposta.

$$\begin{cases} BR_1(q_2) = 450 - q_2/2 \\ BR_2(q_1) = 450 - q_1/2 \end{cases}$$

$$q_1 = 300 \; e \; q_2 = 300.$$

Esse é o equilíbrio de Nash para o jogo.

5.4 ANALISE DE VIABILIDADE.

Em 1945, a Companhia de Alumínio da América (Alcoa) dominava a produção de alumínio dos estados unidos, controlando 90% do mercado.

Como resultado da supremacia, a Alcoa foi levada a julgamento por práticas não competitivas, e considerada culpada. Pelo seu monopólio, a Alcoa investiu em muito mais infraestrutura e capacidade de produção do que o mercado exigia, para que, com isso, impedisse que potenciais competidores entrassem no mesmo mercado.

Esse é um caso clássico em que não somente uma análise de viabilidade do negócio era necessária antes de se entrar no mercado, como também, no mínimo, uma previsão das ações de empresas concorrentes.

Teoria: Equilíbrio de Nash, forma extensa.

Um modelo de jogos pode determinar o quanto o excesso na capacidade de produção pode influenciar a entrada ou não em um negócio, como o caso da Alcoa supracitado. Supondo duas empresas, considerando entrar ou não entrar em um novo ramo de negócios (produção de componentes eletrônico, por exemplo), a demanda do mercado para esses componentes se faz pelo preço de $p = 900 - q_1 - q_2$, em que q_1 e q_2 são as quantidades produzidas pela empresa 1 e 2 respectivamente. Para entrar no negócio, a empresa deve primeiramente construir a sua fábrica. As fábricas podem ser construídas seguindo duas especificações; grande capacidade ou baixa capacidade (grande ou pequena), das quais uma fábrica pequena requer um investimento inicial de R$50.000 e é capaz de produzir no máximo 100 componentes. Alternativamente, a empresa pode realizar um investimento de R$175.000 para construir uma fábrica grande e, assim, a sua produção fica a critério da indústria (quantos componentes forem necessários).

As empresas tomam as suas decisões de entrar ou não no novo mercado sequencialmente, ou seja, primeiro a empresa 1 deve tomar a decisão de ficar ou não no mercado, construir uma pequena ou grande instalação. Então, observando as ações da empresa 1, a empresa 2 escolhe dentre as mesmas alternativas. Se somente uma empresa entrar no novo mercado, ela produz e vende os componentes pelo preço ditado pela demanda do mercado. Se ambas entrarem no mercado, elas competem selecionando quantidades (semelhante ao modelo de Cournot).

Para que o equilíbrio seja encontrado, primeiramente é necessária uma análise de todos os sub-jogos intrínsecos ao jogo (cada possibilidade do jogo se faz um sub-jogo).

Primeiro, supondo que somente a empresa 1 entre no mercado, sem considerar o custo de entrada, a empresa obteria um retorno de (900-q_1) q_1, produzindo q_1 componentes. Essa função é maximizada para $q_1 = 450$, gerando assim um retorno de R$202.500,00. Claro que a empresa 1 só pode produzir 450 componentes somente se ela optou pelo investimento em uma grande instalação, caso contrário ela poderia produzir somente 100 unidades, o que geraria um retorno de (900-100)100 = R$80.000,00. Se a empresa 1 entrar no mercado sozinha e o investimento for na grande instalação, então o seu lucro final será de R$202.500 – R$175.00 = R$27.500.

Se ela estiver sozinha no mercado e investido na pequena instalação, então seu lucro fica R$80.000-R$50.000 = R$30.000.

Em seguida, são consideradas as decisões de quantidade quando ambas as empresas decidem entrar no mercado. O retorno para a empresa 1 agora é (900-q_1-q_2) q_1. A melhor resposta para a empresa 1 aqui é o máximo da função acima, que pode ser encontrado derivando-a em função de q_1, e deixando q_2 fixo, obtém-se:

$$BR_1(q_2) = 450 - \frac{q_1}{2}.$$

Se ambas as empresas investirem em grandes instalações, o equilíbrio de Nash para esse jogo de Cournot é q_1 = q_2 = 300, esse resultado é atingido resolvendo o sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$q_1 = 450 - \frac{q_2}{2}.$$

$$q_2 = 450 - \frac{q_1}{2},$$

O que resulta no retorno de (900-300-300)(300) = R$90.000,00 para as duas empresas.

No entanto, uma ou ambas as empresas podem optar por investimentos em pequenas instalações. Se ambas optarem pelo menor investimento, ambas produzirão 100 unidades (nenhuma tem um incentivo de produzir mais quando da outra produzindo 100), acabando cada uma com um retorno de (900-100-100)(100) = R$70.000.

Finalmente, se a empresa 1 investir na pequena instalação, ela produzirá 100 unidades, enquanto a empresa 2 investir na grande instalação, esta produzirá a melhor resposta a 100, que é 450-100/2 = 400, nesse caso o preço dos componentes fica 900-100-400 = 400, portanto o retorno para a empresa de menor investimento fica (400)(100) = R$40.000. Já para a empresa que realizou o maior investimento fica (400)(400) = R$160.000.

Em suma, se ambas as empresas investirem em grandes instalações, seus lucros serão de R$90.000-R$175.000 = -R$85.000. No caso de ambas realizarem pequenos investimentos, os lucros ficam iguais a R$70.000-R$50.000 = R$20.000, se a empresa 1 investir na pequena instalação e a empresa 2 na grande, então os lucros são R$40.000-R$50.000 = -R$10.000 e R$160.000-R$175.000 = -R$15.000 para as empresas 1 e 2, respectivamente.

Para uma melhor visualização e análise do jogo, a Figura 39 apresenta-o em sua forma extensa:

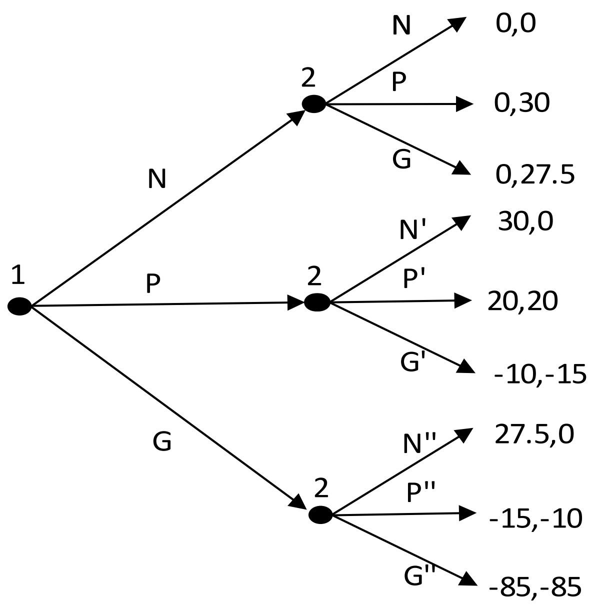

Figura 39 - Forma extensa

Fonte: WATSON,2013

Em que N = não entrar no novo mercado, P = entrar no novo mercado com um pequeno investimento em instalações e G = entrar no novo mercado com um grande investimento em instalações (os resultados no diagrama estão em milhares).

Com a forma extensa, fica claro algumas conclusões sobre o jogo: a melhor resposta para a empresa dois é P tanto no primeiro quanto no segundo nó (P’), em outras palavras, é vantajoso para o jogador 2 entrar e realizar um pequeno investimento, se a empresa 1 não entrar no mercado ou entrar e realizar um pequeno investimento, caso contrário a empresa 2 não entraria.

A empresa 1 sabe que não receberá nada se não entrar no mercado, receberá 20 se realizar um pequeno investimento, e 27,5 com um grande investimento.

Ao final da análise, percebe-se que a empresa 1 deve investir nas instalações de grande porte, e a empresa 2 não entrará no novo mercado.

5.5 GESTÃO DA CADEIA DE SUPRIMENTOS.

“A gestão da cadeia de suprimentos é a gestão da interconexão das empresas que se relacionam entre si por meio de ligações a montante e a jusante entre os diferentes processos, que produzem valor na forma de produtos e serviços para o consumidor final” (SLACK,2009).

Pela definição de Slack, tem-se que a gestão da cadeia de suprimentos é a gestão da "interconexão" entre empresas, que pode ser vista como interação entre empresas, ou ainda, interação entre jogadores. Vista dessa forma a logística se torna plenamente passível do uso de modelagens da Teoria dos Jogos.

Teoria: Racionabilidade.

Subárea: Logística de abastecimento.

Supondo uma relação de abastecimento por meio de terceiros, em que uma empresa simplesmente compra materiais do fornecedor para depois revende-los.

O fornecedor do produto tem um custo de produção de R$10 por unidade, o preço de venda da empresa revendedora segue a função inversa

$$p = 200 - \left(\frac{q}{100}\right),$$

e este não tem custo de produção, além o preço pago ao fornecedor.

Primeiramente, o fornecedor estabelece um preço de venda *x* para a revendedora, que deve ser pago por unidade do produto, então a revendedora decide quantas unidades do produto ela comprará e revenderá para os consumidores finais. A função *payoff* do fornecedor é

$$\mu_f = q(x - 10),$$

Na medida em que a do revendedor é

$$\mu_r = Lucro - Custo$$

$$\mu_r = (p)(q) - (x)(q)$$

Em que:

p: Preço de venda

q: Quantidade comprada

x: Custo do produto pago ao fornecedor

$$\mu_r = \left(200 - \frac{q}{100}\right) q - xq$$

$$\mu_r = 200q - \frac{q^2}{100} - xq$$

Para se encontrar o equilíbrio deste jogo, primeiramente deve ser calculada a quantidade ótima que o revendedor deve pedir para o fornecedor, em função do preço estipulado pelo mesmo, ou seja, dado *x* o fornecedor seleciona *q* para maximizar

$$MAX\ \mu_r = 200q - \frac{q^2}{100} - xq$$

Derivando a função para *q*, e igualando-a a 0, tem-se que:

$$q(x) = 10.000 - 50x$$

Assim, pela racionalidade, o fornecedor sabe que a revendedora usará esta equação para sua melhor resposta, então o mesmo pode antecipar seu preço de venda agora com base na mesma equação, portanto a função *payoff* do fornecedor fica:

$$\mu_f(10.000 - 50x) = (10000 - 50x)(x - 10)$$

Derivando a mesma e igualando-a a zero tem-se que x = 105, desse modo, a quantidade equilíbrio do jogo é q = q(105) = 4750 unidades do produto, e isso implica em um preço de venda de p = R$152.50.

6. CONCLUSÃO

A conclusão do trabalho pode ser entendida como de caráter duplo; referente ao jogo aplicado e ao conteúdo exploratório da pesquisa. Como estão imbricadas, parte da primeira conclusão é motivo propulsor das pesquisas por trás da segunda.

Primeiramente, um breve comentário a respeito da primeira parte do trabalho, a aplicação do jogo às turmas de Engenharia.

Com os resultados obtidos, a despeito do que se esperaria das turmas, pode-se verificar que de nada serviu contribuição do curso de teoria dos jogos na escolha de estratégias para o jogo dos números, dado que uma porcentagem considerável dos alunos optou pelas estratégias logicamente impossíveis de se situarem no pódio das vitoriosas. Ainda no jogo, o objetivo principal de avaliação, a verificação de alguma tendência nas escolhas a medida que aluno evolui com os anos universidade, também se mostrou infrutífera. Essa análise realizada tomando como base a média das escolhas dos alunos por anos, pela ANOVA (análise de variância) aplicada aos dados, verificou-se que não existe diferença nas médias com um nível de 5% de significância.

Para esse resultado existem duas possibilidades:

1. Os alunos não levaram a sério a dinâmica, e não usaram as suas capacidades intelectivas, desse modo, o resultado pode estar mascarado e de fato existir a tendência proposta.
2. A maioria realmente pensou e analisou estrategicamente a melhor jogada a ser realizada, nesse caso os resultados são um bom indicativo o comportamento.

Considerando apenas a segunda, conclui-se que de fato o curso não surtiu o efeito desejado junto aos alunos.

A segunda conclusão já diz respeito à proposta de amalgamação dos conceitos estratégicos da teoria dos jogos aos problemas de engenharia de produção.

Conclui-se que de fato é possível unir as duas áreas com uma abordagem sistemática, que não seria muito diferenciada daquelas utilizadas pela Pesquisa Operacional, consistindo da modelagem matemática dos problemas como jogos, e posterior tratamento e resolução pela melhor estratégia.

O que acontece na realidade é que, dado que os alunos não são muito expostos a esse ramo da matemática, fica dificultada a associação dos poucos exemplos vistos em sala de aula, com problemas mais complexos, quando da realização de um estágio ou mesmo de um trabalho remunerado. Diferentemente de áreas como a Qualidade, que está presente parcialmente em quase todo o curso da engenharia de produção, naturalmente fornece um maior conforto ao inevitável encontro com os problemas em fábricas.

O que não pode ser alvo de confusão (e que geralmente o é) é a não aplicabilidade da teoria devido a uma incompatibilidade na transposição para o real, com a não aplicabilidade decorrente da falta de conhecimentos e, de certa forma, “lapidação” e amadurecimento dos mesmos.

REFERÊNCIAS

CHOOTER, Andrew. ***Oskar Morgenstern's Contribution to the Development of the Theory of Games***. Duke University. Conference on the History of Game Theory. 1990.

COLIN, Emerson. **Pesquisa Operacional, 170 aplicações em Estratégia, Finanças, Logística, Produção, Marketing e Vendas**. Editora LTC.

DIXIT, Avinash. ***Thinking Strategically, the Competitive Edge in Business, Politics, and Everyday life.*** W.W.Norton & Company 1993.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2007. 175 p.

HARDIN, Garret, ***The tragedy of the commons***.Science, New Series, Vol. 162, No. 3859 (Dec. 13, 1968), pp. 1243-1248.

HENDERSON, David. R < Em:http://www.econlib.org/library/Enc/bios/Morgenstern.html. Acesso em 15/04/2015>.

MONTGOMERY, Douglas C. John Wiley & Sons, INC. **Design and Analysis of Experiments**. 2000.

OSBOURNE, Martin J. ***A course in game theory***. Massachusetts, MIT Press, 1994.

SARTINI, et al. **Uma introdução à teoria dos jogos**. 2014.

SLACK, Nigel. **Administração da produção**.3ª edição, Editora Atlas S.A, 2009.

SMITH, ADAM. ***An inquiry into the nature and causes of the wealth of nations*. ** Metalibri, 2007.

WATSON, Joel. ***Strategy, an introduction to game theory***.3ª Edição, W.W Norton & Company, 2008.

Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Engenharia de Produção
Av. Colombo 5790, Maringá-PR CEP 87020-900
Tel: (044) 3011-4196/3011-5833 Fax: (044) 3011-4196